Universität Bielefeld **Sommersemester 2017**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 5

Aufgabe 1
Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit Limes a. Zeigen Sie, dass für eine weitere Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gilt:

(a)
$$\lim_{n\to\infty} b_n = a \iff \lim_{n\to\infty} (b_n - a_n) = 0\,.$$

(b)
$$\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a \iff \lim_{n\to\infty} b_n = 0\,.$$

Aufgabe 2
Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge an mit der Eigenschaft, dass für alle $\varepsilon > 0$

$$| \; a_{n+1} - a_n \; | < \varepsilon$$

für fast alle n gilt. Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ notwendig eine Cauchy-Folge? Falls nein, geben Sie ein Beispiel an.

Aufgabe 3
Zeigen Sie unter Verwendung der Definition, dass die Folge $\big((-1)^n \frac{1}{n}\big)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Cauchy-Folge ist.

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass jede Cauchy-Folge beschränkt ist.

Aufgabe 5
Geben Sie ein Beispiel einer divergenten Folge mit genau einem Häufungspunkt.