Universität Bielefeld
C. Huck **Sommersemester 2017**

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 7

Aufgabe 1
Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren/absolut konvergieren bzw. divergieren.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{10}}{10^n}$.

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^4-4n+5}$.

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!n^n}{(2n)!}$.

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$.

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+2}$.

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$.

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{2^{n^2}}$.

Aufgabe 2
Berechnen Sie das Produkt

$$\Big(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\Big)\Big(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\Big).$$

Aufgabe 3
Es sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$ ebenfalls absolut konvergent ist.

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass die Menge

$$D := \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 < 4\}$$

nichtleer und beschränkt ist und bestimmen Sie Supremum und Infimum von D.