

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 9

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf Stetigkeit.

(a)

$$f(x) = x^3 - 2x + 5.$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & \text{falls } x \geq 0; \\ -2x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

(c)

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{falls } x \geq \sqrt{2}; \\ x - 1, & \text{falls } x < \sqrt{2}. \end{cases}$$

(d)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{falls } x > 0; \\ 0, & \text{falls } x \leq 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Teilmengen von \mathbb{R} abgeschlossen/offen/beschränkt/kompakt sind.

(a) \mathbb{Q} .

(b) \mathbb{R} .

(c) $\{\frac{1}{n} \mid n \geq 1\} \cup \{0\}$.

(d) Die Menge der abbrechenden Dezimalzahlen.

(e) \emptyset .

Aufgabe 3

Bestimmen Sie (sofern existent) den Limes (Differentialquotient)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \frac{\exp(x) - 1}{x}.$$

Hinweis. Satz über die Abschätzung des Restglieds mit $N = 1$.