

Präsenzübungen zur Vorlesung

Analysis I

Blatt 12

**Aufgabe 1**

Berechnen Sie  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  für  $x = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{6}$ .

*Hinweis.* Hier benötigen Sie die Sätze und Lemmata über trigonometrische Funktionen aus der Vorlesung. Für  $z = e^{\frac{i\pi}{n}}$  gilt  $z^n = -1$ .

**Aufgabe 2**

Welche komplexen Zahlen  $z$  erfüllen die Gleichung

$$|z - 1| \cdot |z + 1| = |z|^2 + \alpha,$$

wobei  $-1 \leq \alpha \leq 1$  eine feste reelle Zahl ist?

**Aufgabe 3**

Sei  $z = x + iy \in \mathbb{C}$  und sei  $m_z: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  gegeben durch  $w \mapsto zw$  (Multiplikation mit  $z$ ).

- (a) Geben Sie eine geometrische Interpretation von  $m_z$  an.
- (b) Zeigen Sie, dass  $f$  eine  $\mathbb{R}$ -lineare Abbildung ist, d.h. es gilt  $f(w + w') = f(w) + f(w')$  und  $f(rw) = rf(w)$  für beliebige  $w, w' \in \mathbb{C}$  und  $r \in \mathbb{R}$ .
- (c) Bestimmen Sie die darstellende Matrix (Koordinatenmatrix) von  $f$  bezüglich der kanonischen Basis  $\{1, i\}$  des  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $\mathbb{C}$ .
- (d) Ist  $f$  auch multiplikativ, d.h. gilt  $f(ww') = f(w)f(w')$  für beliebige  $w, w' \in \mathbb{C}$ ?