Universität Bielefeld **Sommersemester 2018**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra I

Blatt 8

Aufgabe 1
Sei V ein K-Vektorraum und seien $u_1, \ldots, u_n \in V$ fix. Betrachten Sie die Abbildung $f\colon K^n \to V$, gegeben durch

$$(x_1, \ldots, x_n) \mapsto \sum_{i=1}^{n} x_i u_i \, .$$

Zeigen Sie, dass gilt:

(a) f ist eine lineare Abbildung.

(b) f ist die lineare Fortsetzung von

$$e_i \mapsto u_i \, , \quad i = 1, \ldots, n \, .$$

(c) f ist injektiv genau dann, wenn $\{u_1, \ldots, u_n\}$ linear unabhängig ist.

(d) f ist surjektiv genau dann, wenn $\{u_1, \ldots, u_n\}$ Erzeugendensystem von V ist.

(e) f ist bijektiv genau dann, wenn $\{u_1, \ldots, u_n\}$ Basis von V ist.

Aufgabe 2
Seien V und W K-Vektorräume und sei $f\colon V \to W$ eine lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Bild}(f)$ ein Teilraum von W ist.