Universität Bielefeld **Wintersemester 2018/2019**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Lineare Algebra II

Blatt 13

Aufgabe 1
Betrachten Sie den $\mathbb{R}^3$ als euklidischen Vektorraum bzgl. des kanonischen Skalarprodukts und wenden Sie das Gram-Schmidtsche Verfahren auf die folgende Basis an:

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 2
Geben Sie eine orthogonale Diagonalisierung der reellen symmetrischen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

an, bestimmen Sie also eine orthogonale Matrix $S \in O(3)$ mit $S^T AS = D$, wobei D eine Diagonalmatrix ist. Geben Sie auch D explizit an.

Aufgabe 3
Führen Sie die Hauptachsentransformation für die durch die quadratische Form

$$q(x, y) = 36x^2 + 24xy + 29y^2 = 180$$

definierte Ellipse im $\mathbb{R}^2$ durch.

Hinweis. Die zugehörige symmetrische Matrix ist $A = \begin{pmatrix} 36 & 12 \\ 12 & 29 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

Aufgabe 4
Überprüfen Sie die folgende relle symmetrische Matrix auf Definitheit (positiv/negativ/indefinit).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})\,.$$