

**Präsenzaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen*  
Blatt III vom 29.04.14**

**Aufgabe III.1**

- a) Seien  $a, b > 0, b \neq 1$  zwei Basen. Zeigen Sie mit Hilfe der Rechenregeln für Potenzen/Exponentialfunktionen und der Eigenschaft von Umkehrfunktionen die folgende Identität: Für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt:

$$a^x = b^{x \cdot \log_b(a)}.$$

Oder äquivalent mit der Notation aus der Vorlesung:

$$\exp_a(x) = \exp_b(x \cdot \log_b(a)).$$

- b) Rechnen Sie  $10^{3x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , auf die Basen  $e$ , 100 und 1000 um.
- c) Bestimmen Sie  $a \in \mathbb{R}$  derart, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a^x$  durch den Punkt  $(5, 32)$  verläuft.
- d) Berechnen Sie ohne Taschenrechner  $\log_5(25 \cdot 5^{100})$ .

**Aufgabe III.2**

Bestimmen Sie die Lösungen folgender Gleichungen:

- a)  $-\frac{20}{3}x + 5x^2 - \frac{20}{3} = 0$ .
- b)  $\sqrt{2x+1} = x - 17$ .
- c)  $\sqrt{2x^2-1} + x = 0$ .
- d)  $e^{2x+4} - e^{x-1} = 0$ .
- e)  $\frac{1}{2e^x} - 3 = 0$ .

**Aufgabe III.3**

- a) Laut dem CIA-World Factbook<sup>1</sup> beträgt 2014 die Einwohnerzahl Deutschlands 80 996 685. Des Weiteren wurde gemessen, dass die Bevölkerung aktuell jährlich um 0,18% abnimmt. Angenommen diese Rate bleibt konstant: Geben Sie eine Funktion an, welche die Einwohnerzahl Deutschlands in den nächsten  $x$  Jahren angibt. Wann wird die Bevölkerungszahl auf 75 Millionen gesunken sein?
- b) Untersuchen Sie die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x + 3^{2+x} - 90$  auf Nullstellen.

---

<sup>1</sup><https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook>