Präsenzaufgaben zu Mathematik für Biologen und Biotechnologen Blatt VI vom 20.05.14

Aufgabe VI.1

Es sei $f: [-2\pi, 2\pi] \to [-1, 1]$ definiert durch $f(t) = \sin t$. Wir modifizieren f nun durch

$$g_1(t) = \sin(2t) = f(2t)$$
 und $g_2(t) = 2 \cdot \sin t = 2 \cdot f(t)$.

Bestimmen Sie die Mengen M_1 und M_2 derart, dass

$$g_1(t) : [-2\pi, 2\pi] \to M_1$$
 und $g_2 : [-2\pi, 2\pi] \to M_2$

surjektiv sind. Skizzieren Sie die Graphen von f, g_1 und g_2 . Beachten Sie die verschiedenen Auswirkungen der "Manipulationen" an f.

Aufgabe VI.2

Notieren Sie diejenige 4×4 Matrix $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 4, \\ 1 \leq j \leq 4}}$, deren Einträge durch

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls } i = j, \\ 2, & \text{falls } i = j + 1, i \in \{2, 3, 4\}, \\ 3, & \text{falls } i = j - 1, i \in \{1, 2, 3\}, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

gegeben sind.

Aufgabe VI.3

Gegeben sind die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie für alle zulässigen Kombinationen von $N, M \in \{A, B, C, D, E\}$ die Produkte $N \cdot M$ und die Summen N + M.

Aufgabe VI.4

Die Steel AG aus Braunschweig möchte Stahl herstellen. Neben anderen Rohstoffen werden Eisenerz und Steinkohle benötigt. Der Bedarf dieser Mengen (in Tonnen) innerhalb von 3 Wochen ist der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Woche	Eisenerz	Steinkohle
1. Woche	9t	8t
2. Woche	5t	7t
3. Woche	6t	$4 \mathrm{t}$

Drei verschiedene Lieferanten können die Rohstoffe liefern. Die Kosten der Lieferanten in EUR pro Tonne sind wie folgt:

Rohstoff	Ruhr AG	Eisenerz AG	Steinkohle und co.
Eisenerz	540	630	530
Steinkohle	420	410	440

Welches Angebot würden Sie annehmen, wenn Sie sich für die gesamten drei Wochen für einen Lieferanten entscheiden müssten? Beantworten Sie diese Frage, indem Sie zunächst ein geeignetes Matrixprodukt betrachten.

Würde sich Ihre Entscheidung ändern, wenn Sie den Lieferanten wöchentlich wechseln dürften?