

**Präsenzaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen*
Blatt XIII vom 08.07.14**

Aufgabe XIII.1

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsregel.

a) $\int_1^{2e} \frac{(1 + \ln(x))^2}{3x} dx$

b) $\int_1^4 x\sqrt{x^2 - 1} dx$

Aufgabe XIII.2

Wenn $E(t)$ die Energie bezeichnet, die bis zum Zeitpunkt t abgegeben wird, dann ist die Leistung $L(t)$ definiert durch

$$L(t) = E'(t). \quad (1)$$

Dabei werde E in Joule (J) und L in Watt ($W = \frac{J}{s}$) gemessen. Angenommen, die Leistungskurve eines Bergsteigers werde durch

$$L(t) = L_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

beschrieben, wobei t in Sekunden gemessen wird und

$$L_0 = 100W \quad \text{und} \quad \lambda = 1,7 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s}.$$

Wie groß ist die gesamte Energie, die der Bergsteiger in den ersten 30 Minuten abgibt?

Aufgabe XIII.3

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale.

a) $\int_0^{\infty} e^{-x} x dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

Aufgabe XIII.4

Wir betrachten ein weiteres Mal das Beispiel der Fütterungsintervalle bei Meisen aus der Vorlesung. Alfred Biochef hat sein Leben der Beobachtung von Meisen gewidmet und ist mit der in der Vorlesung angegebenen Dichtefunktion nicht einverstanden. Diese sei mit seinen langjährigen Beobachtungen nicht vereinbar. Seine Dichtefunktion der Form

$$p : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad p(t) = c \cdot t(2 - t)^{10},$$

ist seiner Meinung nach viel besser geeignet. Dummerweise kann sich Alfred an die Konstante $c \in \mathbb{R}$ nicht mehr erinnern.

- Bestimmen Sie $c \in \mathbb{R}$ derart, dass Alfreds Funktion tatsächlich eine Dichtefunktion ist.
- Ermitteln Sie für diese Dichtefunktion den Erwartungswert der Fütterungsintervalllänge.