Dr. Matthieu Felsinger
Fakultät für Mathematik
Sommersemester 2014

Universität Bielefeld

Übungsaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen* Blatt VI vom 15.05.14

Aufgabe VI.1 (2+3+3 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, welche die folgende Gleichung lösen:

$$10 \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 5\sqrt{3}\,.$$

b) Die Funktionenscharen $f_n, g_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, sind gegeben durch

$$f_n(x) = \cos(nx), \quad g_n(x) = n\,\cos(x).$$

Skizzieren Sie in zwei verschiedenen Koordinatensystemen die Graphen von f_n und g_n, jeweils für die Werte $n = 1, 2, 3$. Beschreiben Sie in kurzen Worten, was die Multiplikation mit n in beiden Fällen bewirkt.

c) Bestimmen Sie für die folgenden drei Gleichungen jeweils die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, welche die Gleichung lösen:

1. $f_1(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,,$ 2. $f_2(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,,$ 3. $f_n(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,.$

Aufgabe VI.2 (6 Punkte)
Die Zeitdauer zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang wird als Tageslänge bezeichnet. Die Tageslänge $f(t)$ am Tag t eines Jahres an einem bestimmten Ort kann gut durch eine trigonometrische Funktion $f : [0, \infty) \to [0, 24]$ der Form

$$f(t) = C + a\,\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - L)\right), \quad a, C, L \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

beschrieben werden.

a) Messungen in Bielefeld ergaben folgende Ergebnisse: Am 172. Tag des Jahres ist der Tag mit 16,17 h am längsten. Der kürzeste Tag ist 7,67 h lang.
Bestimmen Sie für die angegeben Daten die Konstanten $C, a, L \in \mathbb{R}$ in (1), sodass f die Tageslänge in Bielefeld angibt[1]. Skizzieren Sie das Schaubild von f.

b) Die Ackerschmalwand (*Arabidopsis thaliana*) beginnt die Blütezeit, sobald es länger als 16 Stunden hell ist (vgl. [ESS14]). Bestimmen Sie für den in a) bestimmten[2] Tageslängenverlauf den Tag, an dem die Ackerschmalwand ihre Blüte beginnt.

[1] Aufgabe V.4 kann u.U. bei der Lösung helfen
[2] Falls Sie a) nicht lösen können, dürfen Sie $C = 12$, $a = 4$ und $L = 80$ setzen.

Abgabe bis Freitag, 23.05.14, 12 Uhr im Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors (V3-128)

Erreichbare Punktzahl: 22

Aufgabe VI.3 (4 Punkte)
Gegeben sind die folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -8 & 10 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 11 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \; E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Für welche Matrizen $N, M \in \{A, B, C, D, E\}$ kann man das Produkt $N \cdot M$ bilden? Stellen Sie dazu eine geeignete Tabelle auf, die die Reihenfolge der Multiplikation berücksichtigt. Berechnen Sie alle möglichen Produkte.
Die Aufgabe liefert ein Beispiel für die Bemerkung aus der Vorlesung, dass i.A. $A \cdot B \neq B \cdot A$ gilt.

Aufgabe VI.4 (4 Punkte)
Bestimmen Sie $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ derart, dass

$$\begin{pmatrix} a & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 9 & 8 & -1 \\ 7 & 2 & b & 1 \\ 3 & 1 & 0 & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 9 & -1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 12 & d & 26 \\ 34 & 37 & 51 & 78 \\ 17 & 23 & 76 & e \\ f & 11 & 35 & 10 \end{pmatrix}.$$

Literatur

[ESS14] Eickhoff-Schachtebeck, Annika ; Schöbel, Anita: *Mathematik in der Biologie*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2014 (Springer-Lehrbuch)