Dr. Matthieu Felsinger
Fakultät für Mathematik
Sommersemester 2014

Universität Bielefeld

Abgabe bis Freitag, 04.07.14, 12 Uhr im Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors (V3-128)

Übungsaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen* Blatt XII vom 26.06.14

Aufgabe XII.1 (1+1+1+2 Punkte)
Berechnen Sie zu den folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion:

a) $f_1(x) = 2x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 8$

b) $f_2(x) = \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

c) $f_3(x) = (8x - 12)^{54}$

d) $f_4(x) = \cos^2(x)$

(*Hinweis* zu d): Führen Sie eine geeignete partielle Integration durch und verwenden Sie anschließend die Identität $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.)

Aufgabe XII.2 (8 Punkte)
Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration und/oder Substitution:

a) $\int_0^2 x^2 e^x \, \mathrm{d}x$

b) $\int_0^\pi \sin(x)\cos(x) \, \mathrm{d}x$

c) $\int_0^1 \frac{x}{2(1+x^2)^3} \, \mathrm{d}x$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{n}} n \sin(nx) \, \mathrm{d}x$, wobei $n \in \mathbb{N}$.

(*Hinweis* zu a): Die partielle Integration ist wiederholt anzuwenden.)

Aufgabe XII.3 (4 Punkte)
Bestimmen Sie $a \in (0, \infty)$ derart, dass die eingeschlossene Fläche zwischen dem Graphen der Funktion

$$f : (-1, \infty) \to [0, \infty), \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

und der x-Achse auf dem Intervall $[a, 8]$ einen Inhalt von 2 Flächeneinheiten hat.

Aufgabe XII.4 (5 Punkte)
Bauer Biochef entdeckt ein Schädlingsproblem auf seinem Sonnenblumenfeld. Er zählt zu Beginn seiner Beobachtung auf einem Quadratmeter 50 Schädlinge und weiß, dass eine Fläche von 200 m^2 befallen ist. Es ist bekannt, dass jeder Schädling 1,2 g Blätter pro Tag frisst. Des Weiteren vermehren sich die Schädlinge in den nächsten 30 Tagen exponentiell bei einer Verdopplungszeit von 5 Tagen.

a) Die Schädlingsmenge $S(t)$ pro m^2, die nach t Tagen vorhanden ist, lässt durch eine Funktion[1] $S\colon [0, 30] \to \mathbb{R}$ beschreiben. Bestimmen Sie den Funktionsterm von S.

b) Die insgesamt auf der befallenen Fläche von den Schädlingen in den 15 Tagen nach Beginn der Beobachtung abgefressene Blattmasse lässt sich darstellen durch ein Integral. Geben Sie dieses Integral an und berechnen Sie es.

[1] In der Praxis ist S natürlich stets eine rationale Zahl. Als Modellannahme wollen wir aber S wie angegeben vereinbaren.

Erreichbare Punktzahl: 22