Die endlichen einfachen Gruppen

1. Die einfachen abelschen Gruppen.

C_p p prim Ordnung p

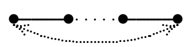
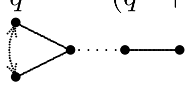
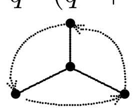
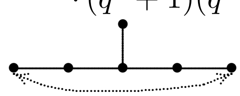
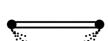
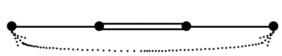
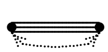
2. Die alternierenden Gruppen.

A_n $n > 4$ Ordnung $\frac{1}{2}(n!)$

4. Die 26 sporadischen Gruppen.

Notation	Ordnung	Entdecker	Jahr
M_{11}	$2^4 3^2 5 \cdot 11$	Mathieu	19.Jh.
M_{12}	$2^6 3^3 5 \cdot 11$	Mathieu	19.Jh.
M_{13}	$2^7 3^2 5 \cdot 7 \cdot 11$	Mathieu	19.Jh.
M_{22}	$2^7 3^2 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$	Mathieu	19.Jh.
M_{24}	$2^{10} 3^3 5 \cdot \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23$	Mathieu	19.Jh.
J_1	$2^3 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19$	Janko	1966
$J_2 = \mathrm{HJ}$	$2^7 3^3 5^2 \cdot 7$	M.Hall,Janko	1967
J_3	$2^7 3^5 5 \cdot 17 \cdot 19$	Higman,McKay	1968
J_4	$2^{21} 3^3 5 \cdot 7 \cdot 11^3 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 43$	Janko	1975
He	$2^{10} 3^3 5^2 7^3 17$	Held	1969
HS	$2^9 3^2 5^3 7 \cdot 11$	Higman-Sims	1967
McL	$2^7 3^6 5^3 7 \cdot 11$	McLaughlin	1967
Suz	$2^{13} 3^7 5^2 7 \cdot 11 \cdot 13$	Suzuki	1967
$.3 = Co_3$	$2^{10} 3^7 5^3 7 \cdot 11 \cdot 23$	Conway	1968
$.2 = Co_2$	$2^{18} 3^6 5^3 7 \cdot 11 \cdot 23$	Conway	1968
$.1 = Co_1$	$2^{21} 3^9 5^4 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23$	Conway	1968
F_{22}	$2^{17} 3^9 5^2 7 \cdot 11 \cdot 13$	Fischer	1968
F_{23}	$2^{18} 3^{13} 5^2 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23$	Fischer	1969
F'_{24}	$2^{21} 3^{16} 5^2 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29$	Fischer	1969
Ly	$2^8 3^7 5^6 7 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 67$	Lyons,Sims	1969
Ru	$2^{14} 3^3 5^3 7 \cdot 13 \cdot 29$	Rudvalis	1972
ON	$2^9 3^4 5 \cdot 7^3 11 \cdot 19 \cdot 31$	O'Nan	1973
F_5	$2^{14} 3^6 5^6 7 \cdot 11 \cdot 19$	Harada	1973
F_3	$2^{15} 3^{10} 5^3 7^2 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 31$	Thompson	1973
F_2	$2^{41} 3^{13} 5^6 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 47$	Fischer	1973
F_1	$2^{46} 3^{20} 5^9 7^6 11^2 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$	Fischer,Griess	1973

3. Die einfachen Gruppen vom Lie-Typ. Die Ordnung ist jeweils $\frac{a}{d}$.

Notation		a	d	
$A_n(q)$		$q^{n(n+1)/2}\prod_{i=1}^{n}(q^{i+1}-1)$	$(n+1, q-1)$	$\mathrm{L}(n{+}1, q)$
$B_n(q)$	$n>1$	$q^{n^2}\prod_{i=1}^{n}(q^{2i}-1)$	$(2, q-1)$	$\mathrm{O}_{2n+1}(q)$
$C_n(q)$	$n>2$	$q^{n^2}\prod_{i=1}^{n}(q^{2i}-1)$	$(2, q-1)$	$\mathrm{Sp}_{2n}(q)$
$D_n(q)$	$n>3$	$q^{n(n-1)}(q^n-1)\prod_{i=1}^{n-1}(q^{2i}-1)$	$(4, q^n-1)$	$\mathrm{O}^{+}_{2n}(q)$
$E_6(q)$		$q^{36}(q^{12}-1)(q^9-1)(q^8-1)(q^6-1)\cdot(q^5-1)(q^2-1)$	$(3, q-1)$	
$E_7(q)$		$q^{63}(q^{18}-1)(q^{14}-1)(q^{12}-1)(q^{10}-1)\cdot(q^8-1)(q^6-1)(q^2-1)$	$(2, q-1)$	
$E_8(q)$		$q^{120}(q^{30}-1)(q^{24}-1)(q^{20}-1)(q^{18}-1)\cdot(q^{14}-1)(q^{12}-1)(q^8-1)(q^2-1)$	1	
$F_4(q)$		$q^{24}(q^{12}-1)(q^8-1)(q^6-1)(q^2-1)$	1	
$G_2(q)$		$q^6(q^6-1)(q^2-1)$	1	
		Dynkin-Diagramme mit Automorphismen		
${}^2A_n(q)$	$n>1$	$q^{n(n+1)/2}\prod_{i=1}^{n}(q^{i+1}-(-1)^{i+1})$ 	$(n+1, q+1)$	$\mathrm{U}_{n+1}(q)$
${}^2D_n(q)$	$n>3$	$q^{n(n-1)}(q^n+1)\prod_{i=1}^{n-1}(q^{2i}-1)$ 	$(4, q^n+1)$	$\mathrm{O}^{-}_{2n}(q)$
${}^3D_4(q)$		$q^{12}(q^8+q^4+1)(q^6-1)(q^2-1)$ 	1	
${}^2E_6(q)$		$q^{36}(q^{12}-1)(q^9+1)(q^8-1)(q^6-1)\cdot(q^5+1)(q^2-1)$ 	$(3, q+1)$	
		Automorphismen der Coxeter-Diagramme		
$B_2'(q)$	$q=2^{2m+1}$	$q^2(q^2+1)(q-1)$ 	1	Suzuki
$F_4'(q)$	$q=2^{2m+1}$	$q^{12}(q^6+1)(q^4-1)(q^3+1)(q-1)$ 	1	
$G_2'(q)$	$q=3^{2m+1}$	$q^3(q^3+1)(q-1)$ 	1	Ree