

Evolutionsgleichungen in Skalen von Banachräumen

Martin Friesen

Seien $\alpha_* < \alpha^*$ und eine Familie von Banachräumen $(\mathbb{B}_\alpha, \|\cdot\|_\alpha)_{\alpha \in [\alpha_*, \alpha^*]}$ gegeben. Diese wird als Skale von Banachräumen bezeichnet, falls für $\alpha' < \alpha$: $\mathbb{B}_\alpha \subset \mathbb{B}_{\alpha'}$, sowie $\|\cdot\|_\alpha \leq \|\cdot\|_{\alpha'}$ gilt. Zu Beginn werden Beispiele diskutiert und auf Operatoren in Skalen von Banachräumen eingegangen.

Anschliessend wird eine konstruktive Lösungsmethode des abstrakten Cauchy Problemes

$$\frac{du}{dt}(t) = Au(t), \quad u(0) = x \in \mathbb{B}_{\alpha^*} \quad (1)$$

in der Familie von Banachräumen \mathbb{B}_α vorgestellt. Im Falle von Operatoren mit der Eigenschaft es gibt ein $M > 0$, sodass für alle $\alpha' < \alpha$

$$\|A\|_{L(\mathbb{B}_\alpha, \mathbb{B}_{\alpha'})} \leq \frac{M}{\alpha - \alpha'}$$

gilt, wird die Existenz von Lösungen für (1) bewiesen. Verallgemeinerungen auf nicht autonome und nichtlineare Anfangswertprobleme werden skizziert.