Lineare Algebra II: Präsenzübung 6
-Sophiane Yahiatene-

Aufgabe 1 Sei $\chi_A(X) = (X-2)^3(X-3)^2$ das charakteristische Polynom von $A \in \text{End}(V)$, wobei V ein endlich dimensionaler $\mathbb{K}-$Vektorraum ist. Welche Möglichkeiten ergeben sich daraus für die Jordansche Normalform J_A?
Tipp: Betrachte die möglichen Minimalpolynome m_A von A.

Aufgabe 2 Es sei $A \in Mat_{6,6}(\mathbb{R})$ mit

1. $\chi_A(\lambda) = \lambda(\lambda-1)^2(\lambda-2)^3$
2. $\dim\big(\ker(A - Id)\big) = 1$
3. $\dim\big(\ker(A - 2Id)\big) = 2$

Bestimme die Jordansche Normalform von A.

Aufgabe 3 Die Matrix $A \in Mat_{4,4}(\mathbb{R})$ sei gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Das charakteristische Polynom von A lautet $\chi_A(\lambda) = (\lambda-1)^4$.

a) Berechne den Kern von $(A - Id)^k$ für alle $k \in \mathbb{N}$. Wie sieht das Minimalpolynom von A aus?

b) Bestimme die Jordansche Normalform J_A von A.

c) Bestimme die Basiswechselmatrix $S \in Mat_{4,4}(\mathbb{R})$, so dass $J_A = S^{-1}AS$ gilt.