Lineare Algebra II: Präsenzübung 9
-Sophiane Yahiatene-

Aufgabe 1 Sei $B \in \mathrm{Mat}_{n,m}(\mathbb{R})$ und $\beta(x,y) := x^t B^t B y$ eine Bilinearform auf $\mathbb{R}^m$.
Zeige: β ist genau dann nicht ausgeartet, wenn $\ker(B) = \{0\}$.

Erinnerung: Eine Billinearform β heißt nicht ausgeartet, wenn

$$\forall v \in V \setminus \{0\} \quad \beta(v,w) = 0 \Rightarrow w = 0$$

gilt.

Aufgabe 2 Sei $B \in \mathrm{Mat}_{4,4}(\mathbb{C})$ eine Matrix mit $\chi_B(T) = (T-1)^2(T+2)^2$ und $m_B(T) = (T-1)(T+2)^2$.
Geben Sie die Jordansche Normalform von B an.

Aufgabe 3 Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ und β_A die von A erzeugte symmetrische Bilinearform über $V = \mathbb{K}^3$.
Finde eine Basis, sodass die Gram'sche Matrix von β_A eine Diagonalmatrix ist.