11. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 25.6.15

Aufgabe 1 Sei $\Gamma \subseteq R^n$ ein Gitter. Zeigen Sie, dass Γ genau dann unimodular ist, wenn $\mathrm{vol}(\mathbb{R}^n/\Gamma) = 1$ und $A \in Mat_{n,n}(\mathbb{Z})$ gilt (A die Grammatrix bezüglich einer Basis von Γ).

Aufgabe 2

(a) Sei $\Gamma := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n \mid \sum x_i \equiv 0 \bmod 2\}$. Bestimmen Sie eine Basis von Γ und überprüfen Sie, ob Γ ganzzahlig bzw. unimodular ist.

(b) Sei $\Gamma' = \Gamma + \mathbb{Z}u$, wobei $u = 1/2(e_1 + \dots + e_n)$ ist. Bestimmen Sie eine Basis von Γ' und wann Γ' ganzzahlig bzw. unimodular ist.

Aufgabe 3 Sei C der binäre Code mit der Erzeugermatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie das Codegitter Γ_C. Ist Γ_C isometrisch zu dem Standardgitter?

Aufgabe 4 Sei $V = \mathbb{R}^3$ und $\Gamma = \mathbb{Z}(1,4,-3) \oplus \mathbb{Z}(3,-2,2) \oplus \mathbb{Z}(2,-2,2)$. Weiter sei $U_1 = \langle (1,1,1) \rangle_{\mathbb{R}}$ und $U_2 = \langle (1,0,-2), (2,1,1) \rangle_{\mathbb{R}}$. Ferner bezeichne $\pi_i : V \to U_i$ die Projektion von $V = U_1 \oplus U_2$ auf U_i.

(a) Bestimmen Sie Gitterbasen für $\Gamma_1 = \Gamma \cap U_1$, $\Gamma_2 = \Gamma \cap U_2$, $\Gamma_1' = \pi_1(\Gamma)$ und $\Gamma_2' = \pi_2(\Gamma)$.

(b) Zeigen Sie

$$\Gamma_1'/\Gamma_1 \cong \Gamma_2'/\Gamma_2.$$