Codierungstheorie *SoSe 2015*
Barbara Baumeister

4. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 7.5.15

Aufgabe 1 Es sei A eine abelsche Gruppe und sei $T \in$Sym(A). Zeigen Sie:
T ist anti-symmetrisch genau dann, wenn $inv \circ T$ vollständig ist.

Aufgabe 2 Zeigen Sie: Eine Prüfzeichen-Codierung über einer abelschen Gruppe A, die Einzelfehler und Nachbar-Transpositionen erkennt, existiert genau dann, wenn eine vollständige Abbildung von A existiert.

Aufgabe 3 Es sei A eine abelsche Gruppe ungerader Ordnung m. In dieser Aufgabe soll auf zwei Arten gezeigt werden:
Sind $x, y \in A$ mit $x^2 = y^2$, dann folgt $x = y$.

(a) Zeigen Sie, dass
$$\varphi : A \to A, x \mapsto x^2$$
ein Automorphismus von A ist.

(b) Zeigen Sie, dass es ein $i \in \mathbb{N}$ gibt so, dass $x = (x^2)^i$ und $y = (y^2)^i$ gilt.
Hinweis: Betrachten Sie $\mathbb{Z}_m^*$.

Aufgabe 4 Betrachten Sie die folgende Matrizendarstellung von der Diedergruppe D_n:
$$D_n := \{\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_n, a \in \{1, n-1\}\}.$$
Die Verknüpfung ist Matrizenmultiplikation.

Es seien u_1 und u_{n-1} zwei verschiedene Elemente aus $\mathbb{Z}_n$. Weiter sei $T : A \to A$ die Abbildung
$$T(\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}) := \begin{pmatrix} a & 0 \\ u_a - ab & 1 \end{pmatrix}.$$
Ist T anti-symmetrisch?