7. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 28.5.15

Aufgabe 1 (a) Für $i = 1, 2$ seien $[n, k_i, d_i]$-Codes C_i über K gegeben. Zeigen Sie, dass

$$C = C_1 \; \alpha \; C_2 = \{(c_1, c_1 + c_2) \mid c_i \in C_i\} \leq K^{2n}$$

ein $[2n, k_1 + k_2, \min\{2d_1, d_2\}]$-Code ist.

(b) Für $m \in \mathbb{N}$ sei $RM(0, m)$ der $[2^m, 1, 2^m]$-Wiederholungscode und sei $RM(m, m) = K^{2^m}$. Für $0 \leq r \leq m - 1$ definiere rekursiv

$$RM(r, m) = RM(r, m - 1) \; \alpha \; RM(r - 1, m - 1).$$

Zeigen Sie, dass $RM(r, m)$ ein $[2^m, \sum_{j=0}^{r} \binom{m}{j}, 2^{m-r}]$-Code ist.

Aufgabe 2 Konstruieren Sie einen binären 1-fehlerkorrigierenden $[15, 11]$-Code.

Aufgabe 3 Sei C ein binärer $[n, k, d]$-Code. Es gibt dann einen zu C äquivalenten Code mit Erzeugermatrix $G = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & | & 0 & \dots & 0 \\ & G_1 & & | & & G_2 & \end{pmatrix}$. Dabei habe die erste Zeile das Gewicht d. Zeigen Sie, dass G_2 einen $[n - d, k - 1, d']$-Code mit $d' \geq \frac{1}{2}d$ erzeugt.

Aufgabe 4 Sei C ein binärer Code mit Erzeugermatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Decodieren Sie die folgenden erhaltenen Wörter:

(a) (1101011);

(b) (0110110);

(c) (1111000).