9. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 11.6.15

Aufgabe 1 (a) Konstruiere für alle k und q mit $q \equiv 0 \pmod 2$ oder $q \equiv 1 \pmod 4$ einen selbstdualen $[2k, k, 2]$-Code über $\mathbb{F}_q$.

(b) Sei C ein $[n, k, d]$-Code über dem Körper K mit Erzeugermatrix $(E_k|A)$, wobei $A \in Mat_{k,n-k}(K)$ ist. Zeigen Sie, dass C selbstdual ist genau dann, wenn $AA^t = -E_k$ und $A^T A = -E_{n-k}$ gelten.

Aufgabe 2 Zeigen Sie, dass der $[4, 2, 3]$-Hamming-Code der einzige selbstduale Hamming-Code ist.

Aufgabe 3 Sei $\hat{C}$ ein ternärer Code mit der Erzeugermatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & & & & & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ & & 1 & & & & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ & & & 1 & & & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ & & & & 1 & & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ & & & & & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

(a) $\hat{C}$ ist ein selbstdualer Code.

(b) $\hat{C}$ hat die Parameter $[12, 6, 6]$.
Hinweis zur Minimaldistanz: Zeigen Sie zunächst, dass ein ternärer selbstdualer Code immer 3-dividierbar ist.

(c) Löschen der letzten Koordinate in $\hat{C}$ liefert einen $[11, 6, 5]$-Code C.

(d) C ist perfekt.

Man nennt C den *ternären Golay-Code* und $\hat{C}$ den *erweiterten ternären Golay-Code*.

Aufgabe 4 Beweisen Sie, dass der duale Code eines Reed-Solomon-Codes (bis auf Äquivalenz) auch ein Reed-Solomon-Code ist. (Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 2 (a) vom Übungsblatt 6)