6. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 25.05.2018, bis 10.00

Aufgabe 1 (a) Finden Sie eine Zahl $m \in \mathbb{Z}$, für die $m \equiv 3 \pmod 4$ und $m \equiv 5 \pmod 7$ ist;
(b) Finden Sie eine Zahl $m \in \mathbb{Z}$, für die $m \equiv 2 \pmod 5$ und $m \equiv 3 \pmod 7$ ist.

Aufgabe 2 Es seien $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ mit $\mathrm{ggT}(n_1, n_2) = 1$ und $a_1, a_2 \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:
Es gibt ein $m \in \mathbb{Z}$ so, dass

$$m \equiv a_1 \pmod{n_1} \text{ und } m \equiv a_2 \pmod{n_2}$$

gilt.
Hinweis: Nutzen Sie, dass es $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{Z}$ gibt so, dass $\lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 = 1$ ist.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie, falls möglich, die folgenden Ordnungen:

$$\mathrm{ord}_6(5),\ \mathrm{ord}_8(3),\ \mathrm{ord}_8(6),\ \mathrm{ord}_{11}(2),\ \mathrm{ord}_{12}(3),\ \mathrm{ord}_9(2).$$

Aufgabe 4 Seien $n, a \in \mathbb{N}$ teilerfremde Zahlen. Weiter sei $m := \mathrm{ord}_n(a)$ und $k \in \mathbb{N}$.
(a) Es sei k ein Teiler von m. Bestimmen Sie $\mathrm{ord}_n(a^k)$;
(Zusatzaufgabe) Es sei $k \in \mathbb{N}$ beliebig. Zeigen Sie:

$$\mathrm{ord}_n(a^k) = m / \mathrm{ggT}(m, k).$$