Dr. D. Frettlöh 27.4.2010

Übungen zur Vorlesung Elementare Algebra und Geometrie

Blatt 3

Aufgabe 9:
Bestimmen Sie die Symmetriegruppen der Buchstaben des Alphabets:

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z

Aufgabe 10:
Welche der folgenden Objekte sind Gruppen? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $(\mathbb{Z}, \otimes)$ mit $a \otimes b = a + 2b$.

(b) $(\mathbb{Z}, \oplus)$ mit $a \oplus b = a + b + 1$.

(c) $(\mathbb{Z}, \odot)$ mit $a \odot b = a^b$.

(d) $(\mathbb{Z}, \star)$ mit $a \star b = -a - b$.

Aufgabe 11:
Genauso wie man modulo n addieren kann, kann man modulo n multiplizieren. (Konvention: Das Ergebnis liegt dann immer zwischen 0 und $n-1$.) In dieser Aufgabe rechnen wir modulo 8 (z.B. $7 \cdot 6 \equiv 42 \equiv 2 \mod 8$). Frage: Für welche der folgenden Gleichungen lässt sich ein m finden, das die Gleichung erfüllt?

$$2 \cdot m \equiv 1 \mod 8, \quad 3 \cdot m \equiv 1 \mod 8, \quad 4 \cdot m \equiv 1 \mod 8$$
$$5 \cdot m \equiv 1 \mod 8, \quad 6 \cdot m \equiv 1 \mod 8, \quad 7 \cdot m \equiv 1 \mod 8$$

Aufgabe 12:
Der Neunertest: Eine Zahl ist genau dann durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme (also die Summe ihrer Ziffern) durch 9 teilbar ist. Beweisen Sie dies mit Hilfe von Rechnen modulo 9.

Abgabetermin: Dienstag, 4.5.2010, 12 Uhr in den Postkästen in Raum V3-128:

I. Ludwig: Fach 120, C. Buschkamp: Fach 182.