Dr. D. Frettlöh 4.5.2010

Übungen zur Vorlesung Elementare Algebra und Geometrie

Blatt 4

Aufgabe 13:
Zeigen Sie, dass $R = \{(0,0),(1,0),(0,1),(1,1)\}$ mit komponentenweiser Addition mod 2 und Multiplikation mod 2 ein Ring ist. Also:

$$(a,b)+(c,d) = (a+c \mod 2,\ b+d \mod 2) \qquad \text{und}$$
$$(a,b)\cdot(c,d) = (a\cdot c \mod 2,\ b\cdot d \mod 2)$$

für $a,b,c,d \in \{0,1\}$. Ist dieser Ring nullteilerfrei?

Aufgabe 14:
Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen in jedem Ring R gelten.

(a) $0\cdot a = a\cdot 0 = 0$.

(b) $(-a)\cdot b = -(a\cdot b)$.

(c) $-a = (-1)\cdot a$.

jeweils für $a,b \in R$. In (c) ist R ein unitärer Ring, und -1 ist das Inverse von 1 bzgl. Addition.

Aufgabe 15:
Bestimmen Sie die Einheitengruppen der unitären Ringe $(C_7,\ + \mod 7,\ \cdot \mod 7)$, $(C_8,\ + \mod 8,\ \cdot \mod 8)$ und $(C_9,\ + \mod 9,\ \cdot \mod 9)$.

Aufgabe 16:
Zeigen Sie: In einem unitären Ring folgt die Kommutativität der Addition automatisch aus den anderen Axiomen in der Definition.

Abgabetermin: Dienstag, 11.5.2010, 12 Uhr in den Postkästen in Raum V3-128:

I. Ludwig: Fach 120, C. Buschkamp: Fach 182.