Dr. D. Frettlöh 18.5.2010

Übungen zur Vorlesung Elementare Algebra und Geometrie

Blatt 6

Aufgabe 21:
Es sei $R = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Z}\}$ (also einfach alle Paare von ganzen Zahlen). Darauf sind die folgenden Verknüpfungen definiert:

$$(a,b) \oplus (c,d) := (a+c,\, b+d); \quad (a,b) \otimes (c,d) := (a \cdot d,\, b \cdot d)$$

Zeigen Sie, dass $(R, \oplus, \otimes)$ ein Ring ist.
Ist er kommutativ? Ist er nullteilerfrei? Ist er unitär?

Aufgabe 22:
Finden Sie alle $x \in \mathcal{C}_{2010}$ (also alle $0 \leq x \leq 2009$), so dass gilt

$$123 \cdot x \equiv 666 \mod 2010$$

Aufgabe 23:
Bestimmen Sie jeweils das multiplikative Inverse der folgenden Elemente, oder zeigen Sie, dass diese keines besitzen.

(a) $3 \in \mathcal{C}_{37}$

(b) $4 \in \mathcal{C}_{14}$

Aufgabe 24:
Eine etwas knifflige Aufgabe, wobei man ein, zwei gute Ideen haben muss (wie etwa geschicktes modulo-Rechnen):

Was ist die letzte Ziffer von $7^{(7^7)}$?

Abgabetermin: Dienstag, 25.5.2010, 12 Uhr in den Postkästen in Raum V3-128.