Dr. D. Frettlöh 8.6.2010

Übungen zur Vorlesung Elementare Algebra und Geometrie

Blatt 9

Aufgabe 33:
Berechnen Sie, ob $4x^2 + 4x + 2$ ein Teiler von $2x^5 + 2x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x - 1$ ist, und zwar (a) Teiler in $\mathbb{Z}[x]$, (b) Teiler in $\mathbb{Q}[x]$.

Aufgabe 34:
Und noch eine, zum Trainieren:
Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler g in $\mathbb{Z}[x]$ von $a = 4x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 7x - 2$ und $b = 2x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 2x$.
Stellen Sie den ggT g dar als $c \cdot a + d \cdot b$ mit $c, d \in \mathbb{Z}[x]$.

Aufgabe 35:
Zeigen Sie, dass $x^3 + x + 1$ keine Teiler in $\mathbb{Z}[x]$ hat außer 1 und sich selbst. (So ein Element ist also die Entsprechung einer Primzahl und heißt *irreduzibel* in $\mathbb{Z}[x]$.)

Aufgabe 36:
Gegeben sind zwei Gruppen durch Erzeuger und Relationen:
$G = \langle a, b \,|\, a^2 = (ab)^2 = b^2 = 1 \rangle$ und $H = \langle a, b \,|\, a^4 = b^2 = (ab)^2 = 1 \rangle$. Welche der folgenden Gruppen wird durch G präsentiert, welche durch H?

(a) $\mathcal{D}_2$ (s. Definition 3.4) (b) $\mathcal{S}_3$ (s. Def. 2.2) (c) $\mathcal{D}_4$ (s. Def. 3.4)

Abgabetermin: Dienstag, 15.6.2010, 12 Uhr in den Postkästen in Raum V3-128.