

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften IIIFourieranalysis

Blatt 10

Aufgabe 36:

Beweisen Sie die diskrete Version des Faltungssatzes, also

$$\widehat{f * g} = N \widehat{f} \cdot \widehat{g}.$$

Dabei ist, für $f = \{f_0, f_1, \dots, f_{N-1}\}$ und $g = \{g_0, g_1, \dots, g_{N-1}\}$:

$$f * g(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{n-k} \quad (0 \leq n \leq N-1)$$

Der Index $n - k$ von g_{n-k} kann negativ werden, also setzen wir hier für $1 \leq \ell \leq N-1$ fest: $g_{-\ell} = g_{N-\ell}$.

Aufgabe 37:

Berechnen Sie die DFT von $f = (1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{N-1})$.

Aufgabe 38:

Eine Version der *diskreten Cosinus-Transformation* ist gegeben durch die Matrix

$$M := \frac{2}{N} \left(\cos \left(\frac{2j+1}{2N} k\pi \right) \right)_{0 \leq j, k \leq N-1}$$

(hier bezeichne j den Zeilen- und k den Spaltenindex), d.h. $\text{DCT}(f) = Mf$.

Zeigen Sie, dass die Spalten von M paarweise orthogonal sind. Wie muss man die Spalten normieren, damit sie eine ON-Basis bilden (und somit M zu einer orthogonalen Matrix wird)?

Ferienaufgabe

Wiederholen Sie den Stoff der Vorlesung, an Hand des Skripts, der Übungsaufgaben, wikipedia und den Büchern, die im Skript angegeben sind: von Herrn Deitmar (seine Kap 1-3 sind in etwa unsere Kap 1-5), Heusers Analysis II (sein Kap XVII ist in etwa unsere Kap 1-4), von Herrn Plato (sein Kap 3 ist in etwa unser Kap 6). Gewinnen Sie einen Überblick, und versuchen Sie insbesondere rauszufinden, welche Stellen Sie nicht verstehen. Falls nötig wiederholen Sie die nötigen Grundlagen: Integration, komplexe Einheitswurzeln etc.