

Formale Logik — Blatt 3**Aufgabe 9: (Assoziativ?)**(a) Ist \Rightarrow assoziativ?(b) Ist \Leftrightarrow assoziativ?

Beweisen Sie jeweils Ihre Antwort. Falls “Nein” reicht ja ein Gegenbeispiel.

Aufgabe 10: (Hornformelalgorithmus)(a) Wenden Sie den Hornformelalgorithmus 1.24 auf die folgenden Hornformeln an und entscheiden Sie, ob die jeweilige Formel erfüllbar ist. Falls ja, geben Sie *alle* erfüllenden Belegungen \mathcal{A} an mit $\mathcal{A} \models F$ (bzw. $\mathcal{A} \models G$, bzw. $\mathcal{A} \models H$).

$$F = \neg A \wedge (\neg B \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee \neg E \vee B) \wedge (\neg D \vee C) \wedge D \wedge (\neg C \vee \neg D \vee E)$$

$$G = (A \wedge B \Rightarrow C) \wedge (B \wedge D \wedge E \Rightarrow C) \wedge (1 \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B) \wedge (D \wedge C \Rightarrow E) \wedge (1 \Rightarrow E) \wedge (D \Rightarrow 0)$$

$$H = (\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \neg A_3 \vee A_4) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_3 \vee A_6) \wedge \neg A_6 \wedge A_4 \wedge (\neg A_4 \vee \neg A_5 \vee A_1) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee A_3) \wedge (\neg A_5 \vee \neg A_1 \vee A_2) \wedge (A_5 \vee \neg A_4)$$

Aufgabe 11: (Hornformelvarianten)(a) Zeigen Sie: Ist F eine Formel in KNF, so dass jede Klausel mindestens ein negatives Literal hat, dann ist F erfüllbar.

(b) Finden Sie eine Formel, die nicht äquivalent zu einer Hornformel ist. Begründen Sie, warum nicht.

(c) Wir nennen F eine *Anti-Hornformel*, falls F KNF hat und jede Klausel höchstens ein negatives Literal hat (also eines mit \neg). Wie können wir den Hornformelalgorithmus abändern, um damit zu entscheiden, ob F erfüllbar ist?**Aufgabe 12: (Unendlich viele Formeln erfüllen)**Finden Sie alle Belegungen A_1, A_2, \dots , die die folgende unendliche Menge von Formeln erfüllen.

$$M = \{A_1 \vee \neg A_2, A_2 \vee \neg A_3, A_3 \vee \neg A_4, A_4 \vee \neg A_5, A_5 \vee \neg A_6, \dots\}$$

Begründen Sie, warum das wirklich alle sind.

Tipp: Es gibt mehr als vier erfüllende Belegungen.

Suchen Sie sich ein Tutorium unten aus.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor.

Abgabe bis 31.10.2023. um 14:00.

| | | | | |
|-----------|----------|--------|----------------|-----------------------------|
| Tutorien: | Di 16-18 | D2-152 | Hannah Heile | hheile+logik@techfak.de |
| | Di 16-18 | T2-204 | Can Ward | cward+logik@techfak.de |
| | Mi 8-10 | T2-233 | Jakob Niermann | janiermann+logik@techfak.de |