

**Formale Logik — Blatt 6**

**Aufgabe 21: (Tautologie und Folgerung mit Resolution)**

(a) Benutzen Sie den Resolutionskalkül, um zu zeigen, dass

$$F = (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee A$$

eine Tautologie ist.

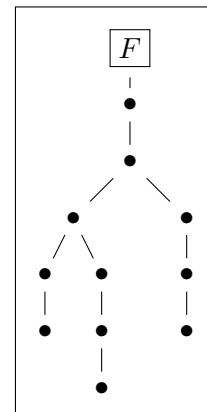
(b) Benutzen Sie den Resolutionskalkül, um zu zeigen, dass  $A \Rightarrow D$  eine logische Folgerung ist von

$$\mathcal{F} = \{A \Rightarrow B, B \Rightarrow C, C \Rightarrow D\}.$$

**Aufgabe 22: (Finde die Formel)**

Finden Sie eine aussagenlogische Formel  $F$ , so dass der Tableauekalkül, angewendet auf  $F$ , den Baum rechts ergibt. Gibt es mehr als eine solche Formel?

Für die letztere Frage erachten wir Formeln als gleich, falls sie durch Umbenennen der atomaren Formeln ineinander überführt werden können. Das heißt,  $A \vee B$  ist ja nicht wirklich die gleiche Formel wie  $B \vee A$ , oder wie  $B \vee C$ . Aber für diese Aufgabe gelten sie als gleich. Dagegen ist  $\neg\neg A \vee B$  eine von  $A \vee B$  verschiedene Formel.



**Aufgabe 23: (Äquivalenzrelationen)**

Sei  $T$  die Menge aller Techfakstudis. Welche der folgenden Relationen sind reflexiv, welche sind symmetrisch, und welche sind transitiv? Welche davon sind Äquivalenzrelationen (auf den entsprechenden Mengen)? Begründen Sie Ihre Antwort. Falls Äquivalenzrelation, geben Sie die Äquivalenzklassen an.

1.  $R = \emptyset$  auf  $T$ .
2.  $R = \{(a, b) \mid a, b \in T\}$  auf  $T$ .
3.  $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b} \in \mathbb{N}\}$  auf  $\mathbb{N}$ .
4.  $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, |a - b| \leq 2\}$  auf  $\mathbb{N}$ .
5.  $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a - b \text{ ist gerade.}\}$  auf  $\mathbb{N}$ .
6.  $R = \{(a, b) \mid a, b \in T, a \text{ und } b \text{ wohnen in der gleichen Straße.}\}$  auf  $T$ .

**Exercise 24: (Teilformeln und Terme)**

Listen Sie alle Teilformeln der folgenden Formeln  $F$  und  $G$  auf, und all ihre Terme. Schreiben Sie jeweils die Matrix von  $F$  und von  $G$  auf.

$$F = \forall x P(x, f) \wedge \exists y Q(y)$$

$$G = P(z, f) \wedge \forall x \exists y (Q(x, g(y)) \wedge P(x, y))$$

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.  
Abgabe bis 21.11.2023. um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de