

Formale Logik — Blatt 12**Aufgabe 45: (Transitivity rules!)**

Sei $F = \Box A \Rightarrow \Box(\Box A \vee B)$.

- (a) Zeigen Sie mittels des Tableauekalküls, dass F keine Tautologie ist.
 (b) Zeigen Sie, dass F eine Tautologie ist, falls wir nur transitive Rahmen (W, R) zulassen.

Aufgabe 46: (Noch kleinere Unendlichkeit?)

Zeigen Sie, dass es keine unendliche Menge M gibt mit $|M| < |\mathbb{N}|$.

Aufgabe 47: (Welche Kardinalitäten?)

Bestimmen Sie die Kardinalitäten der folgenden Mengen. Begründen Sie Ihre Antwort. (Z.B. mit einem Zitat aus dem Skript, oder indem Sie eine Bijektion angeben, oder das Schröder-Bernstein-Theorem benutzen, oder...)

- (a) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathbb{R}))$.
 (b) Die Menge $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ aller unendlichen 0-1-Worte. (Also alle Worte der Form $u_0u_1u_2u_3\dots$ mit $u_i \in \{0, 1\}$, z.B. $01010101\dots$, oder $11111111\dots$, oder...)
 (c) $\mathcal{P}(\mathbb{Q} \times \mathbb{Q})$.
 (d) Die Menge aller Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n \in \mathbb{N}$ für alle n .

Exercise 48: (Gleiche Kardinalitäten)

- (a) Beweisen Sie, dass $|\mathbb{R}^2| = \beth_1$.
 (d) Beweisen Sie, dass $|\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}| = \beth_2$. (Also die Kardinalität der Menge *aller* Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} , also auch etwa alle nicht-stetigen Funktionen usw.)

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.
 Abgabe bis 16.1.2024 um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de