## Übungen zur Vorlesung Panorama der Mathematik und Informatik

### Blatt 13

**Aufgabe 37: (Vektoren falten)**
Berechnen Sie für die Vektoren $f = (1,0,1,1,0,0,0,0)$ und $g = (1,1,0,1,0,0,0,0)$ deren Faltung $f * g$; bzw genauer (und einfacher): Berechnen Sie $N \cdot (f * g)$ (siehe Vorlesung 23). Die Lösung alleine reicht nicht, wir wollen die Rechnung sehen. Was ist der Zusammenhang zwischen dieser Faltung und der Rechnung $11 \cdot 13$?

**Aufgabe 38: (Permutationen)**
Stellen Sie die Permutation $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 9 & 4 & 7 & 2 & 3 & 1 & 10 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ in Zykelschreibweise dar (siehe Vorlesung 24). Was ist $\sigma \circ (1\,4\,5\,7\,3)(2\,6\,9)$?

Finden Sie außerdem eine Permutation $\varrho$, so dass $\varrho \circ \sigma = \mathrm{id}$. Ist dann auch $\sigma \circ \varrho = \mathrm{id}$?

**Aufgabe 39: (Einheizwurzeln)**
Eine $n$-te *komplexe Einheitswurzel* ($n \geq 1$) ist eine Lösung der Gleichung $x^n = 1$ in den komplexen Zahlen $\mathbb{C}$. (Z.B. ist $i$ eine vierte komplexe Einheitswurzel, denn $i^4 = (-1)^2 = 1$.)

Eine $n$-te Einheitswurzel modulo $m$ ($n \geq 1$) ist eine Lösung der Gleichung $x^n = 1 \bmod m$ in den Zahlen $\{0, 1, \ldots, m-1\}$, so dass $x^k \neq 1 \bmod m$ für $k < n$. (*Wir schreiben hier statt* $x^n \bmod m = 1$ *lieber* $x^n = 1 \bmod m$ *und meinen damit "alles mod m"*)

Der Schönhage-Strassen-Algorithmus zur schnellen Multiplikation hoher Zahlen rechnet in den Zahlen $\{0, 1, \ldots, m-1\}$. Er arbeitet mit $n$-ten Einheitswurzel modulo $m$ für $m = 2^k + 1$. In Wirklichkeit ist das $m$ sehr groß; hier betrachten wir nur ein Spielzeugbeispiel:

Eine vierte Einheitswurzel modulo 5 ist $\xi = 2$. Stellen Sie die DFT-Matrix $D$ in $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ mod 5 auf (vgl Blatt 12, Aufgabe 35. Hier ist $N = m - 1 = 4$, also ist $D$ eine $4 \times 4$-Matrix usw). Benutzen Sie, dass $2^{-1} = 3 \bmod 5$ (denn $2 \cdot 3 = 1 \bmod 5$), und $\frac{1}{4} = 4^{-1} = 4 \bmod 5$, denn $4 \cdot 4 = 1 \bmod 5$, usw.

Berechnen Sie dann mit diesem $D$ die DFT der Vektoren $(1,0,1,0)$, $(1,1,1,1)$ und $(4,0,0,0)$.

**Rätsel der Woche:**
Ein vergesslicher Dozent an der Techfak besitzt zwei Regenschirme, die sich stets in seiner Wohnung oder in seinem Büro befinden. Der Dozent geht an jedem Morgen von zu Hause in sein Büro und kehrt abends zurück. Regnet es zu Beginn eines Arbeitswegs, so nimmt er einen Schirm mit, falls einer vorhanden ist. Regnet es nicht, nimtm er keinen Schirm mit. Er achtet auch nicht darauf, dass stets ein Schirm an jedem Ort ist. Es regne in Bielefeld stets mit Wahrscheinlichkeit 25 Prozent ($p = 0,25$). Der Regen setzt nie während des Arbeitswegs ein.

Langfristig gesehen, wie oft wird der Dozent nass? (Also, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass es regnet, aber der Dozent keinen Schirm zur Verfügung hat?)

---

Abgabe: Donnerstag 20.7.2016 bis 12 Uhr per Email an die Tutoren.


| | | | |
|---|---|---|---|
| Dorian Drost | ddrost@techfak.uni-bielefeld.de | Mi 16-18 | T2-233 |
| Dustin Matzel | dmatzel@techfak.uni-bielefeld.de | Fr 14-16 | V2-200 |