

Übungen zur Vorlesung Wissenschaftliches RechnenC++ Mini-Projekt Nummer 0

Schreiben Sie die Programme, beantworten Sie die Fragen, und schicken Sie beides an meine Emailadresse, siehe unten. Im Betreff soll bitte das Wort “Miniprojekt” vorkommen. Es reicht mir der C++-Quellcode, die Fragen können Sie im Kommentar im Quellcode beantworten, oder in der Programmausgabe. Es reichen ja jeweils ein bis drei Sätze.

Aufgabe 1:

Schreiben Sie ein C++-Programm, das die Werte der harmonischen Reihe $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ berechnet, jeweils für $n = 10^6$ und $n = 10^7$, und zwar einmal durch Berechnen von $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}$ (vorwärts), und einmal durch Berechnen von $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}$ (rückwärts). Benutzen Sie dabei für die Summe jeweils die Datentypen `float` und `double`.

Wichtig: `cout` gibt standardmäßig nur sechs Dezimalstellen aus. Sie können die Anzahl der Stellen in der Ausgabe z.B. auf 12 Dezimalstellen setzen mit dem Befehl `cout.precision(12)`.

Es ergeben sich also die folgenden acht Fälle:

		10 ⁶	10 ⁷			10 ⁶	10 ⁷
float:	vorwärts			double:	vorwärts		
	rückwärts				rückwärts		

Was sind die jeweiligen Ergebnisse? Was fällt auf? Wie erklärt sich das? Was ist Ihre beste Schätzung für den wahren Wert?

Aufgabe 2:

Schreiben Sie ein C++-Programm, das die Werte von e und von π näherungsweise auf vier Weisen berechnet, durch die folgenden Reihen. Benutzen Sie für die Summen den Typ `double`. Das heißt: relevant sind die ersten 15 Dezimalstellen.

$$1. e \approx \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

$$2. \pi \approx 4 \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}$$

$$3. \pi \approx 16 \cdot \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{5^{2k-1} \cdot (2k-1)} - 4 \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{239^{2k-1} \cdot (2k-1)}$$

$$4. \pi \approx \sum_{k=0}^n \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

Was sind jeweils geeignete Werte für n ? Geeignet heißt hier: das minimale n , das bereits einen Wert liefert, der auf 15 Dezimalstellen mit dem wahren Wert übereinstimmt (ohne zu runden).

(Falls n größer wird als 10^9 dauert die Rechnung zu lange. In dem Fall geben Sie umgekehrt die Zahl der genauen Dezimalstellen an.)