Übungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

C++ Mini-Projekt Nummer 1

Schreiben Sie die Programme, beantworten Sie die Fragen, und schicken Sie beides an meine Emailadresse, siehen unten. Im Betreff soll bitte das Wort "Miniprojekt" vorkommen. Es reicht mir der C++-Quellcode, die Fragen können Sie im Kommentar im Quellcode beantworten, oder in der Programmausgabe. Es reichen ja jeweils ein bis drei Sätze. Es bietet sich an, beide Lösungen in einem einzigen C++-Programm zusammenzufassen.

Aufgabe 1:
Schreiben Sie ein C++-Programm, dass die Werte der harmonischen Reihe $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ berechnet, jeweils für $n = 10^7$ und $n = 10^8$, und zwar einmal durch Berechnen von $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}$ (vorwärts), und einmal durch Berechnen von $\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \cdots + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}$ (rückwärts). Benutzen Sie dabei für die Summe jeweils die Datentypen `float` und `double`.

Wichtig: `cout` gibt standardmäßig nur sechs Dezimalstellen aus. Sie können die Anzahl der Stellen in der Ausgabe z.B. auf 15 Dezimalstellen setzen mit dem Befehl `cout.precision(15)`.

Es ergeben sich also die folgenden acht Fälle:

float:

	10^7	10^8
vorwärts		
rückwärts		

double:

	10^7	10^8
vorwärts		
rückwärts		

Was sind die jeweiligen Ergebnisse? Was fällt auf? Wie erklärt sich das? Was ist Ihre beste Schätzung für den wahren Wert?

Aufgabe 2:
Schreiben Sie ein C++-Programm, dass die Werte von e bzw. von π näherungsweise auf drei Weisen berechnet, durch die folgenden Reihen. Benutzen Sie für die Summen den Typ `double`. Das heißt, für die Genauigkeit sind die ersten 15 Dezimalstellen relevant.

1. $e \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$
2. $\pi \approx \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots \right)^{-1}$
3. $\pi \approx \left(\frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{n} \frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}} \right)^{-1}$

Was sind jeweils geeignete Werte für n? Geeignet heißt hier: das minimale n, das bereits einen Wert liefert, der auf 12 Dezimalstellen mit dem wahren Wert übereinstimmt (ohne zu runden).
(Falls n größer wird als 10^9 dauert die Rechnung zu lange. In dem Fall geben Sie umgekehrt die Zahl der genauen Dezimalstellen an.)

Abgabe bis Donnerstag, 27.4.2023 um 23:59
`dfrettloeh@techfak.de`