

Algebra 1, Übungsblatt 1

Abgabe Donnerstag 17.10.2019 bis 8:25 Uhr im Postfach des Tutors in V3-216

Die Abgabe ist in Zweiergruppen möglich.

Aufgabe 1. Für eine Gruppe G betrachten wir die Abbildung $inv : G \rightarrow G$, $a \mapsto a^{-1}$. Zeigen Sie:

1. G ist genau dann abelsch, wenn inv ein Gruppenhomomorphismus ist.
2. Es sei H eine Untergruppe von G . Die Abbildung inv induziert eine bijektive Abbildung $G/H \rightarrow H \backslash G$.

Aufgabe 2. Ordnungen von Elementen.

1. Es sei G eine Gruppe und $a, b \in G$. Zeigen Sie, dass $\text{ord}(ab) = \text{ord}(ba)$.
2. Welche Ordnungen können Elemente der symmetrischen Gruppe S_7 haben?

Aufgabe 3. Bestimmen Sie alle Untergruppen H der symmetrischen Gruppe S_3 . Welche sind Normalteiler? Beschreiben Sie in diesen Fällen die Gruppe G/H .

Aufgabe 4. Zeigen Sie: Der einzige Gruppenhomomorphismus

$$f : (\mathbb{Q}, +) \rightarrow (\mathbb{Q}^*, \cdot)$$

ist der triviale Homomorphismus, $f(a) = 1$ für alle a in \mathbb{Q} .