E. Lau

Lineare Algebra 2, Präsenzübungsblatt 7

Aufgabe 1. Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die Signatur der reellen $n \times n$-Matrix:

$$\begin{pmatrix} & & 1 \\ & \iddots & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2. Welche der folgenden reellen Matrizen sind kongruent?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3. Es sei (V, q) ein quadratischer Raum über einem Körper K der Charakteristik ungleich zwei, $x \in V$ mit $q(x) \neq 0$, und $s : V \to V$ die orthogonale Spiegelung an der Hyperebene $H = \langle x \rangle^{\perp}$. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und das Minimalpolynom von s.

Aufgabe 4. Hier geht es darum, dass die Voraussetzung "nicht ausgeartet" beim Wittschen Fortsetzungssatz nötig ist. Zeigen Sie, dass die Aussage dieses Satzes im folgenden ausgearteten Beispiel nicht gilt:

$$(V, q) = (\mathbb{R}^3, q_A) \text{ für } A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{pmatrix},$$

$$U = \langle u \rangle \text{ und } W = \langle w \rangle \text{ für } u = e_1 + e_2 \text{ und } w = e_3,$$

$$g : U \to W \text{ durch } g(u) = w.$$