E. Lau

Lineare Algebra 2, Präsenzübungsblatt 12

Es seien K ein Körper und V, W, V_i K-Vektorräume.

Aufgabe 1. Wir definieren rekursiv $V_1 \otimes \ldots \otimes V_n = V_1 \otimes (V_2 \otimes \ldots \otimes V_n)$.

1. Zeigen Sie: Für jede multiplineare Abbildung $\gamma : V_1 \times \ldots \times V_n \to W$ gibt es eine eindeutige lineare Abbildung $g : V_1 \otimes \ldots \otimes V_n \to W$ so dass $\gamma(v_1, \ldots, v_n) = g(v_1 \otimes \ldots \otimes v_n)$.
2. Begründen Sie damit die Assoziativität des Tensorproduktes.

Hinweis: Für ein festes $v_1 \in V$ ergibt g eine Abbildung $V_2 \times \ldots \times V_n \to W$.

Aufgabe 2. Es sei $n = \dim(V)$. Bestimmen Sie die Dimension von $\bigoplus_{d=0}^{n} \Lambda^d V$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie: Wenn $f \in \mathrm{End}(V)$ und $g \in \mathrm{End}(W)$ diagonalisierbar sind, dann ist auch $f \otimes g \in \mathrm{End}(V \otimes W)$ diagonalisierbar. Wie ergibt sich das charakteristische Polynom von $f \otimes g$ aus den charakteristischen Polynomen von f und g?