

**Mathematik 1 für Chemie**  
**Präsenzübungsblatt 12**

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

(1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(3x) - 1 - 5x}{\exp(x^2) - \sin(x) + \ln(x)}$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^3)}{\ln(\sin(x))}$$

(3)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\cos(x) - 1}$$

(4)

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$$

(5)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x) + x}{\cos(x) + x}$$

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie die Taylorreihe  $T(\ln(x), 2; x)$  des natürlichen Logarithmus  $\ln(x)$  im Punkt  $a = 2$  und bestimmen Sie ihren Konvergenzradius.

Vergleichen Sie diesen Konvergenzradius mit dem der Reihendarstellung

$$\ln(x+1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k$$

aus Abschnitt 6.3 der Vorlesung.

**Aufgabe 3.** Gegeben sei die Funktion

$$f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x^4 - 1|.$$

- (1) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .
- (2) Bestimmen Sie die Stellen, an denen  $f$  nicht differenzierbar ist.
- (3) Zerlegen Sie  $[-2, 2]$  in drei Intervalle, auf denen  $f$  differenzierbar ist, d.h. schreiben Sie  $[-2, 2] = I_1 \cup I_2 \cup I_3$  derart, dass die Einschränkungen  $f_k := f|_{I_k}$  von  $f$  auf  $I_k$  differenzierbar sind für alle  $k \in \{1, 2, 3\}$ . Bestimmen Sie die Ableitungen  $f'_k$  und  $f''_k$  sowie ihre jeweiligen Nullstellen auf  $I_k$ .
- (4) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion  $f$ .