Fakultät für Mathematik | Prof. Dr. Christopher Voll
Universität Bielefeld | Wintersemester 2019/20

Mathematik für Naturwissenschaften I
Übungsblatt 1

Abgabe bis 10:00 Uhr am Donnerstag, den 17. Oktober 2019, im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

⋆⋆⋆

Durchweg seien $n, m \in \mathbb{N}$ beliebige natürliche Zahlen.

Aufgabe 1. Beweisen Sie die Summenformeln

(a)
$$\sum_{\ell=1}^{n} \ell(\ell+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

(b)
$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass jede n-elementige Menge genau 2^n Teilmengen hat.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass für alle $n \geq 1$ gilt
$$x^n - y^n = (x-y)\sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k}y^k.$$

Hinweis: Beginnen Sie im Induktionsschritt mit der rechten Seite der zu beweisenden Gleichung.

Aufgabe 4. Beweisen Sie die Summenformeln

(a)
$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2,$$

(b)
$$\sum_{k=0}^{m}\binom{n+k}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}.$$