Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

Prof. Dr. Christopher Voll
Wintersemester 2019/20

Mathematik für Naturwissenschaften I
Übungsblatt 11

Abgabe bis 10:00 Uhr am Donnerstag, den 09. Januar 2020, im Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

⋆ ⋆ ⋆

Aufgabe 1. Betrachten Sie die folgenden Vektoren im $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (1, 2, 3), \quad v_2 = (4, 3, 2), \quad v_3 = (-2, 1, 4).$$

(a) Sind die Vektoren v_1, v_2, v_3 $\mathbb{R}$-linear unabhängig?
(b) Ist der Vektor $v_4 = e_1 = (1, 0, 0)$ in der linearen Hülle $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ enthalten?
(c) Geben Sie zwei voneinander und von v_1, v_2, v_3 und dem Nullvektor verschiedene Vektoren in $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ an. (2 Punkte)

Aufgabe 2. Betrachten Sie die Menge

$$X = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R},\ x + 2y - z = 0\} \subset \mathbb{R}^3.$$

(a) Zeigen Sie, dass X ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ ist.
(b) Bestimmen Sie ein Erzeugendensystem von X. (2 Punkte)
(c) Beschreiben Sie X geometrisch.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie eine Basis des $\mathbb{R}$-Vektorraums

$$U := \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$$

sowie seine Dimension $\dim_{\mathbb{R}} U$.

Aufgabe 4. Gegeben seien die folgenden Vektoren im $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (1, 2, 2) \quad v_2 = (1, 3, 0), \quad v_3 = (-1, 1, 0).$$

(a) Zeigen Sie, dass diese Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden.
(b) Schreiben Sie jeden der Standardeinheitsvektoren $e_1, e_2, e_3 \in \mathbb{R}^3$ als Linearkombinationen der v_1, v_2, v_3.

Ich wünsche Ihnen allen eine erholsame Weihnachtspause und einen guten Start ins neue Jahr!