Kombinatorik, Graphentheorie und Algorithmen

Übungen 10

1. Sei $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_m\}$ eine Familie der Untermengen von $[n]$ mit der Eigenschaft, dass

   $i \neq j \Rightarrow A_i \not\subseteq A_j, A_i \cap A_j \neq \emptyset, A_i \cup A_j \neq [n]$.

   Zeige, dass

   $m \leq \binom{n-1}{\lfloor n/2 \rfloor - 1}$.

2. Jede Familie der $k-$Untermengen von $[n]$, die ein fixiertes Element enthalten, erreicht die von EKR-Satz angegebene obere Schranke $\binom{n-1}{k-1}$. Sei $n = 2k$. Zeige, dass eine beliebige Familie, die für jede $k-$Menge A entweder A oder $A^c = [n] - A$ enthält, auch die angegebene Schranke erreicht.

3. Zeige: Für jede $k-$Menge A ist die Menge

   $B = \{1, \dots, b\} \cup \{a+1\} \cup \{A - \{1, \dots, a\}\}$

   der Nachfolger von A in Colex-Ordnung, wobei a die kleinste Zahl mit $a \in A$ und $a + 1 \notin A$ ist, $b = |A \cap \{1, \dots, a\}| - 1$.

4. Bezeichne $\mathcal{B}(m, k)$ die Familie der ersten m $k-$Untermengen von $[n]$. Zeige

   $\triangle\mathcal{B}(m, k) = \mathcal{B}\left(\binom{c_k}{k-1} + \cdots + \binom{c_l}{l-1}, k-1\right)$,

   wobei $m = \binom{c_k}{k} + \cdots + \binom{c_l}{l}$.

Abgabetermin: 25.6.2002
Postfach: V3 2194 (Cai)
Übungen: Mo 16-18 (U5-133) und Do 14-16 (V4-122)
Informationen: http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/ahlswede/vorlesung/ss02/