Kombinatorik, Graphentheorie und Algorithmen

Übungen 11

1. Zeige, dass die AZ-Identität die LYM-Ungleichung impliziert.

2. In einer Gruppe $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_9$ von 9 Personen kennt P_1 zwei weitere Personen, jedes von P_2 und P_3 kennt vier weitere, jedes von P_4, P_5, P_6, P_7 kennt fünf weitere, und jedes von P_8 und P_9 kennt sechs weitere Personen. Zeige, dass es drei Personen gibt, die alle einander kennen.

3. Beweise durch Induktion den Katona-Satz über t-schneidende Familien der Untermengen von $[n]$ im Fall, wenn $(n+t)$ ungerade ist.

4. Bezeichne $f(k,m)$ die kleinste Zahl, so dass jede Familie von $f(k,m)$ vielen k-Mengen eine Sonnenblume mit m Blättern besitzt. Nach dem Sonnenblumenlemma gilt: $f(k,m) \leq k!(m-1)^k + 1$.

   Zeige, dass auch $(m-1)^k < f(k,m)$ gilt.

   Hinweis. Fixiere beliebige paarweise disjunkte $(m-1)$-Mengen $V_1, \ldots, V_k$ und betrachte die Familie

   $$\mathcal{A} = \{A : \ |A| = k, \ |A \cap V_i| = 1 \text{ für alle } i = 1, \ldots, k\}.$$

   Diese Familie hat $(m-1)^k$ Mengen und besitzt keine Sonnenblume mit m Blättern.

Abgabetermin: 2.7.2002
Postfach: V3 2194 (Cai)
Übungen: Mo 16-18 (U5-133) und Do 14-16 (V4-122)
Informationen: http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/ahlswede/vorlesung/ss02/