

Die Perron–Frobenius–Tabelle der Deutschen Fußballbundesliga

DR. D. FRETTLÖH, UNIV. BIELEFELD

In der Fußballbundesliga gibt es für jeden Sieg drei Punkte, für jedes Unentschieden einen Punkt, ungeachtet dessen, ob der Gegner Bayern München heißt oder St. Pauli. Was würde passieren, wenn man die Punkte je nach Stärke des Gegners vergibt? Und wie kann man das errechnen?

Darauf gibt es eine elegante Antwort. Die Stärke eines Gegners soll sich nach der Abschlusstabelle bemessen (nicht unbedingt an der herkömmlichen Abschlusstabelle, sondern an unserer, die wir nun herleiten). Bezeichnen wir mit $P_{i,j}$ die Zahl der (herkömmlichen) Punkte, die Team i gegen Team j in einer Saison erzielt hat, und die Spielstärke von Team j mit S_j , so wollen wir Team i die erzielten Punkte gutschreiben (3 für einen Sieg, einen für ein Unentschieden), aber gewichtet mit der Stärke des jeweiligen Gegners. Insgesamt also:

$$P_{i,1}S_1 + P_{i,2}S_2 + P_{i,3}S_3 + \cdots + P_{i,18}S_{18}.$$

Diese Punktzahl soll entscheidend sein für unsere Abschlusstabelle. Also proportional zur Spielstärke. Und da beißt sich scheinbar die Katze in den Schwanz: Wir brauchen die Spielstärken, um die Punktzahlen zu errechnen, und umgekehrt. In Wirklichkeit liegt hier aber lediglich ein Eigenwertproblem vor:

$$\begin{pmatrix} P_{1,1} & \cdots & P_{1,18} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{18,1} & \cdots & P_{18,18} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_{18} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_{18} \end{pmatrix}$$

’Eigenwert’ ist ein Begriff aus der Linearen Algebra. Eine gute Erklärung findet man etwa unter de.wikipedia.org/wiki/Eigenwert. Man muss aber nichts darüber wissen um weiterzulesen, zumindest nach dem folgenden Theorem. Dieses benutzen wir nur:

Theorem 1 (Perron–Frobenius) *Sei $P = (P_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ eine Matrix mit reellwertigen, nichtnegativen Einträgen und der Eigenschaft, dass eine Potenz P^k dieser Matrix ausschließlich positive Einträge hat. Dann besitzt P einen positiven reellen einfachen Eigenwert λ , dessen Betrag größer ist als der Betrag jedes anderen Eigenwerts von P . Weiterhin gibt es einen Eigenvektor S zu λ , der ausschließlich positive Einträge hat.*

Gut: Unsere Matrix von oben, nennen wir sie auch P , hat gewiss die Eigenschaft, dass alle Einträge nichtnegative Zahlen sind, denn Minuspunkte kann man in der Bundesliga nur am grünen Tisch bekommen, nicht durch Punktspiele. Die zweite geforderte Eigenschaft (mit den positiven Einträgen) nehmen wir der Bequemlichkeit halber einfach mal als gegeben an. In der Tat ist diese zweite Eigenschaft praktisch immer erfüllt. Nicht erfüllt wäre sie etwa, wenn ein Team alle Spiele gewinnen würde, was in der Geschichte der Fußballbundesliga noch nie vorkam. Also müssen wir lediglich die Matrix P aufstellen, deren Eigenwerte ausrechnen, und zum betragsgrößten Eigenwert einen Eigenvektor S berechnen. Dieser Vektor S (bzw. $-S$) liefert nun die Spielstärke, und somit auch die Tabelle.

Diese Arbeit kann ein Computeralgebraprogramm wie Maple, Mathematica, Matlab, etc. erledigen. Für die Beispiele unten wurde Mathematica verwendet. Ist die Matrix P eingegeben — das macht die meiste Arbeit, da man die benötigten Daten z. B. aus einer Kreuztabelle mit allen Einzelergebnissen ablesen muss — dann liefert der Befehl `EigenSystem[N[P], 1]` den gesuchten Eigenwert sowie den zugehörigen Eigenvektor. Dieser Eigenvektor enthält entweder — wie gewünscht — nur positive reelle Zahlen, oder aber nur negative. Im letzteren Fall streicht man einfach die Minuszeichen, um den gewünschten Vektor zu erhalten. Der Eintrag Nummer i dieses Vektors liefert dann den Wert für Team Nummer i .

Die so errechneten Tabellen für die Spielzeiten 2001/2002 bis 2011/2012 finden sich auf den folgenden Seiten. Die Punktzahlen wurden der besseren Vergleichbarkeit halber so angepasst, dass dieselbe Durchschnittspunktzahl wie in der wahren Tabelle entsteht. Wenn ein Team nach unserer Rechnung mehr Punkte hat als nach herkömmlicher Rechnung, so bedeutet das, dass es gegen starke Gegner relativ viele Punkte sammeln konnte. Umgekehrt, hat ein Team in unserer Tabelle weniger Punkte als in der herkömmlichen, so hat es seine Siege hauptsächlich gegen schwache Gegner eingefahren.

Dieses Prinzip lässt sich natürlich auch auf andere Rankings übertragen: Zur Erstellung von Ranglisten in Sportarten wie Tennis, American Football, Boxen, Schach ("Gut ist, wer starke Gegner schlägt")[3], oder als Maß für den Bekanntheitsgrad prominenter Personen ("Ich bin prominent, wenn viele Prominente mich kennen"), oder für die Relevanz wissenschaftlicher Aufsätze ("Meine Arbeit ist wichtig, wenn sie in wichtigen Arbeiten zitiert wird"). Die bekannteste Anwendung ist aber sicherlich der PageRank-Algorithmus von Google: Eine Seite ist dann wichtig, wenn viele *wichtige* Seiten auf sie zeigen, und nicht einfach nur, wenn viele Seiten auf sie zeigen. Tatsächlich berechnet Google die Wichtigkeit einer Seite ganz wie oben geschildert: Jede berücksichtigte Internetseite (im Moment etwa 8 Milliarden) bekommt eine Nummer. Die Matrix P hat entsprechend viele Zeilen und Spalten, und an Stelle P_{ij} steht eine 1, wenn Seite i auf Seite j zeigt, sonst eine Null. Von dieser Riesenmatrix (im Moment also etwa 8 Mrd mal 8 Mrd!) wird der größte Eigenwert sowie der zugehörige Eigenvektor ausgerechnet. Dieser liefert — wie oben — die 'Wichtigkeit' einer jeden Seite. Bei einer Suchanfrage listet Google dann alle Seiten auf die den gesuchten Begriff enthalten, und zwar geordnet nach ihrer so ermittelten Wichtigkeit. Die Genauigkeit dieser Bewertung ist sicher einer der Hauptgründe für den Erfolg von Google.

Literatur

- [1] O. Perron: Zur Theorie der Matrices, *Math. Annalen*, **64** (1907) 248-263
- [2] E. Seneta: *Non-negative matrices*, George Allen & Unwin Ltd., London (1973)
- [3] James P. Keener: The Perron-Frobenius Theorem and the Ranking of Football Teams, *SIAM Review* **35** (1993) 80-93
- [4] H. Wilf: Searching the web with eigenvectors,
<http://www.math.upenn.edu/~wilf/website/KendallWei.pdf>

Die Abschlusstabellen / Die Perron-Frobenius-Tabellen

Bundesligasaison 2001/2002

| | | | | | |
|----|---------------------|----|----|---------------------|------|
| 1 | Borussia Dortmund | 70 | 1 | Bayern München | 70,3 |
| 2 | Bayer Leverkusen | 69 | 2 | Borussia Dortmund | 69,0 |
| 3 | Bayern München | 68 | 3 | Bayer Leverkusen | 67,8 |
| 4 | Hertha BSC Berlin | 61 | 4 | Hertha BSC Berlin | 65,7 |
| 5 | Schalke 04 | 61 | 5 | Werder Bremen | 62,4 |
| 6 | Werder Bremen | 56 | 6 | Schalke 04 | 59,4 |
| 7 | 1.FC Kaiserslautern | 56 | 7 | 1.FC Kaiserslautern | 53,3 |
| 8 | VfB Stuttgart | 50 | 8 | VfB Stuttgart | 49,6 |
| 9 | 1860 München | 50 | 9 | 1860 München | 46,4 |
| 10 | VfL Wolfsburg | 46 | 10 | VfL Wolfsburg | 46,3 |
| 11 | Hamburger SV | 40 | 11 | Hamburger SV | 40,0 |
| 12 | Mönchengladbach | 39 | 12 | Mönchengladbach | 38,7 |
| 13 | Energie Cottbus | 35 | 13 | Energie Cottbus | 33,6 |
| 14 | Hansa Rostock | 34 | 14 | SC Freiburg | 33,5 |
| 15 | 1.FC Nürnberg | 34 | 15 | 1.FC Nürnberg | 31,8 |
| 16 | SC Freiburg | 30 | 16 | Hansa Rostock | 31,2 |
| 17 | 1.FC Köln | 29 | 17 | 1.FC Köln | 26,1 |
| 18 | FC St.Pauli | 22 | 18 | St.Pauli | 24,7 |

Kommentar: Auffällig ist, dass nach unserer Methode nicht der BVB, sondern (wieder mal) der FC Bayern Meister geworden wäre. Das ist plausibel: Bayern hat auch gegen starke Teams viel gepunktet, während Dortmund aus den 6 Spielen gegen Leverkusen, Bayern und Schalke insgesamt nur magere 3 Punkte holen konnte.

Außerdem wäre Rostock statt Freiburg abgestiegen. Beide Teams sahen gegen die Topteams nicht gut aus, aber Rostock holte mehr Punkte gegen die Teams im Tabellenkeller, etwa gegen St. Pauli oder eben Freiburg, und diese Punkte zählen in unserer Wertung wenig.

Bundesligasaison 2002/2003

| | | | | | |
|----|---------------------|----|----|---------------------|-------|
| 1 | Bayern München | 75 | 1 | Bayern München | 73,5 |
| 2 | VfB Stuttgart | 59 | 2 | Werder Bremen | 57,7 |
| 3 | Borussia Dortmund | 58 | 3 | Borussia Dortmund | 57,4 |
| 4 | Hamburger SV | 56 | 4 | VfB Stuttgart | 56,5 |
| 5 | Hertha BSC Berlin | 54 | 5 | Hamburger SV | 55,8 |
| 6 | Werder Bremen | 52 | 6 | Hertha BSC Berlin | 50,97 |
| 7 | Schalke 04 | 49 | 7 | Schalke 04 | 50,93 |
| 8 | VfL Wolfsburg | 46 | 8 | VfL Wolfsburg | 46,6 |
| 9 | VfL Bochum | 45 | 9 | 1860 München | 43,9 |
| 10 | 1860 München | 45 | 10 | VfL Bochum | 43,3 |
| 11 | Hannover 96 | 43 | 11 | Hannover 96 | 43,1 |
| 12 | Mönchengladbach | 42 | 12 | Mönchengladbach | 42,6 |
| 13 | Hansa Rostock | 41 | 13 | Bayer Leverkusen | 41,5 |
| 14 | 1.FC Kaiserslautern | 40 | 14 | Hansa Rostock | 39,6 |
| 15 | Bayer Leverkusen | 40 | 15 | 1.FC Kaiserslautern | 39,0 |
| 16 | Arminia Bielefeld | 36 | 16 | Arminia Bielefeld | 38,6 |
| 17 | 1.FC Nürnberg | 30 | 17 | 1.FC Nürnberg | 30,6 |
| 18 | Energie Cottbus | 30 | 18 | Energie Cottbus | 29,5 |

Kommentar: Meister und Absteiger stimmen bei beiden Tabellen überein. Interessant ist aber, dass Werder nach unserer Rechnung in der Championsleague gespielt hätte statt im UI-Cup. Nicht ganz unverdient: Werder erspielte gegen die fünf bestplatzierten Teams 8 Siege aus 10 Spielen.

Stuttgart dagegen hätte nur im UEFA-Cup gespielt (was ja schade wäre, so wie sie in der Championsleague aufgetreten sind, mit Siegen gegen Manchester United, Glasgow Rangers und Panathinaikos Athen).

Ansonsten sind sich beide Tabellen recht ähnlich. Erwähnenswert ist noch: der Vorsprung von Hertha auf Schalke beträgt gerade einmal 0,04 Punkte.

Bundesligasaison 2003/2004

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|-------|
| 1 | Werder Bremen | 74 | | 1 | Werder Bremen | 73, 2 |
| 2 | Bayern München | 68 | | 2 | Bayern München | 68, 3 |
| 3 | Bayer Leverkusen | 65 | | 3 | Bayer Leverkusen | 67, 7 |
| 4 | VfB Stuttgart | 64 | | 4 | VfB Stuttgart | 64, 6 |
| 5 | VfL Bochum | 56 | | 5 | VfL Bochum | 58, 3 |
| 6 | Borussia Dortmund | 55 | | 6 | Borussia Dortmund | 54, 8 |
| 7 | Schalke 04 | 50 | | 7 | Schalke 04 | 50, 1 |
| 8 | Hamburger SV | 49 | | 8 | Hamburger SV | 47, 2 |
| 9 | Hansa Rostock | 44 | | 9 | Hansa Rostock | 44, 1 |
| 10 | VfL Wolfsburg | 42 | | 10 | Hertha BSC Berlin | 39, 6 |
| 11 | Mönchengladbach | 39 | | 11 | VfL Wolfsburg | 39, 5 |
| 12 | Hertha BSC Berlin | 39 | | 12 | Mönchengladbach | 38, 9 |
| 13 | SC Freiburg | 38 | | 13 | SC Freiburg | 37, 6 |
| 14 | Hannover 96 | 37 | | 14 | Hannover 96 | 34, 8 |
| 15 | 1.FC Kaiserslautern | 36 | | 15 | 1.FC Kaiserslautern | 33, 9 |
| 16 | Eintracht Frankfurt | 32 | | 16 | Eintracht Frankfurt | 33, 3 |
| 17 | 1860 München | 32 | | 17 | 1860 München | 29, 3 |
| 18 | 1.FC Köln | 23 | | 18 | 1.FC Köln | 24, 7 |

Kommentar: Kaiserslautern wurden als Strafe wegen Unregelmäßigkeiten in den Lizenzunterlagen 3 Punkte abgezogen. Das ist in beiden Tabellen berücksichtigt. In unserer Tabelle macht sich das stärker bemerkbar, da Kaiserslautern seine Punkte fast nur gegen schwache Teams holte: Diese Punkte zählen weniger, und der Punktabzug wirkt sich stärker aus. Trotzdem wäre Kaiserslautern gerettet. Überhaupt sind die Tabellen diesmal fast gleich. Lediglich Hertha verbessert sich nach unserer Rechnung auf Grund einer guten Bilanz gegen starke Teams (und einer schlechten gegen Schwache) um zwei Plätze.

Bundesligasaison 2004/2005

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|------|
| 1 | Bayern München | 77 | | 1 | Bayern München | 75,6 |
| 2 | Schalke 04 | 63 | | 2 | Schalke 04 | 65,2 |
| 3 | Werder Bremen | 59 | | 3 | VfB Stuttgart | 60,6 |
| 4 | Hertha BSC Berlin | 58 | | 4 | Hertha BSC Berlin | 59,7 |
| 5 | VfB Stuttgart | 58 | | 5 | Borussia Dortmund | 56,6 |
| 6 | Bayer Leverkusen | 57 | | 6 | Werder Bremen | 55,5 |
| 7 | Borussia Dortmund | 55 | | 7 | Bayer Leverkusen | 54,4 |
| 8 | Hamburger SV | 51 | | 8 | Hamburger SV | 50,0 |
| 9 | VfL Wolfsburg | 48 | | 9 | VfL Wolfsburg | 49,3 |
| 10 | Hannover 96 | 45 | | 10 | Hannover 96 | 43,5 |
| 11 | FSV Mainz 05 | 43 | | 11 | Arminia Bielefeld | 40,9 |
| 12 | 1.FC Kaiserslautern | 42 | | 12 | FSV Mainz 05 | 40,6 |
| 13 | Arminia Bielefeld | 40 | | 13 | 1.FC Kaiserslautern | 39,4 |
| 14 | 1.FC Nürnberg | 38 | | 14 | Mönchengladbach | 37,1 |
| 15 | Mönchengladbach | 36 | | 15 | 1.FC Nürnberg | 35,9 |
| 16 | VfL Bochum | 35 | | 16 | VfL Bochum | 34,1 |
| 17 | Hansa Rostock | 30 | | 17 | Hansa Rostock | 31,7 |
| 18 | SC Freiburg | 18 | | 18 | SC Freiburg | 19,9 |

Kommentar: Meister und Absteiger sind nach unserer Tabelle die gleichen wie nach der herkömmlichen Tabelle. Der VfB Stuttgart macht nach unserer Rechnung einen Sprung nach oben und wäre in die Qualifikation zur Champions League gekommen. Das erklärt sich mit der guten Bilanz gegen die fünf anderen oben platzierten Teams: 5 Siege, 2 Unentschieden (eines in München) und nur 3 Niederlagen. Bremen hat in dieser Hinsicht eine sehr schlechte Bilanz aufzuweisen: 7 Niederlagen gegen die Top 5 drücken Werder nach unten. Arminia Bielefeld verbessert sich nach unserer Rechnung durch Siege gegen Bayern, Werder, Hertha BSC und Dortmund um zwei Plätze nach oben.

Bundesligasaison 2005/2006

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|------|
| 1 | Bayern München | 75 | | 1 | Bayern München | 76,6 |
| 2 | Werder Bremen | 70 | | 2 | Hamburger SV | 70,2 |
| 3 | Hamburger SV | 68 | | 3 | Werder Bremen | 68,6 |
| 4 | Schalke 04 | 61 | | 4 | Schalke 04 | 61,6 |
| 5 | Bayer Leverkusen | 52 | | 5 | Bayer Leverkusen | 51,1 |
| 6 | Hertha BSC Berlin | 48 | | 6 | Hertha BSC Berlin | 50,9 |
| 7 | Borussia Dortmund | 46 | | 7 | 1.FC Nürnberg | 47,5 |
| 8 | 1.FC Nürnberg | 44 | | 8 | VfB Stuttgart | 45,6 |
| 9 | VfB Stuttgart | 43 | | 9 | Borussia Dortmund | 45,4 |
| 10 | Mönchengladbach | 42 | | 10 | FSV Mainz 05 | 41,5 |
| 11 | FSV Mainz 05 | 38 | | 11 | Mönchengladbach | 39,5 |
| 12 | Hannover 96 | 38 | | 12 | Hannover 96 | 38,4 |
| 13 | Arminia Bielefeld | 37 | | 13 | Arminia Bielefeld | 36,7 |
| 14 | Eintracht Frankfurt | 36 | | 14 | VfL Wolfsburg | 36,4 |
| 15 | VfL Wolfsburg | 34 | | 15 | 1.FC Kaiserslautern | 31,5 |
| 16 | 1.FC Kaiserslautern | 33 | | 16 | Eintracht Frankfurt | 29,8 |
| 17 | 1.FC Köln | 30 | | 17 | 1.FC Köln | 26,5 |
| 18 | MSV Duisburg | 27 | | 18 | MSV Duisburg | 24,0 |

Kommentar: Erneut ähneln sich beide Tabellen stark. Bremen und Dortmund rutschen etwas nach unten. Der auffälligste Unterschied ist, dass nach der Perron-Frobenius-Tabelle Eintracht Frankfurt abgestiegen wäre. Tatsächlich hat die Eintracht (bis auf ein Remis beim HSV) gegen keine Mannschaft der Top Five auch nur punkten können, was dann zu weniger Punkten in unserer Tabelle führt. Dagegen hat etwa Wolfsburg zu Hause sechs Punkte gegen die Top Five einfahren können und überdies beim HSV gewonnen. Kaiserslautern hat zumindest zwei Remis gegen München und Leverkusen erkämpft sowie einen Auswärtssieg gegen Bremen auf dem Konto.

Bundesligasaison 2006/2007

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|------|
| 1 | VfB Stuttgart | 70 | | 1 | VfB Stuttgart | 69,8 |
| 2 | FC Schalke 04 | 68 | | 2 | FC Schalke 04 | 66,7 |
| 3 | Werder Bremen | 66 | | 3 | Werder Bremen | 63,9 |
| 4 | Bayern München | 60 | | 4 | Bayern München | 58,6 |
| 5 | Bayer Leverkusen | 51 | | 5 | Bayer Leverkusen | 51,9 |
| 6 | 1. FC Nürnberg | 48 | | 6 | 1. FC Nürnberg | 49,9 |
| 7 | Hamburger SV | 45 | | 7 | Borussia Dortmund | 48,8 |
| 8 | VfL Bochum | 45 | | 8 | Hertha BSC | 47,1 |
| 9 | Borussia Dortmund | 44 | | 9 | Hamburger SV | 46,6 |
| 10 | Hertha BSC | 44 | | 10 | VfL Bochum | 44,2 |
| 11 | Hannover 96 | 44 | | 11 | Arminia Bielefeld | 43,2 |
| 12 | Arminia Bielefeld | 42 | | 12 | Energie Cottbus | 40,5 |
| 13 | Energie Cottbus | 41 | | 13 | Eintracht Frankfurt | 39,8 |
| 14 | Eintracht Frankfurt | 40 | | 14 | Hannover 96 | 38,0 |
| 15 | VfL Wolfsburg | 37 | | 15 | VfL Wolfsburg | 37,8 |
| 16 | 1. FSV Mainz 05 | 34 | | 16 | 1. FSV Mainz 05 | 34,1 |
| 17 | Alemannia Aachen | 34 | | 17 | Alemannia Aachen | 31,6 |
| 18 | Borussia M'gladbach | 26 | | 18 | Borussia M'gladbach | 26,5 |

Kommentar: Wieder sind wenige Unterschiede zwischen beiden Tabellen sichtbar. Unterschiede in den Platzierungen gibt es nur auf den Tabellenplätzen 7 bis 14. Dort liegen die Mannschaften auch sehr dicht beieinander. Wir erinnern uns: am drittletzten Spieltag waren noch 12 Mannschaften theoretisch vom Abstieg bedroht. In unserer Tabelle schiebt sich Dortmund, durch Auswärtssiege in Stuttgart und Bremen sowie Heimsiege gegen Schalke und München, um zwei Positionen nach oben. Hannover dagegen hat seine 13 Siege fast ausschließlich gegen Gegner geholt, die in der Tabelle dahinter rangieren (mit einer augenfälligen Ausnahme: Der Auswärtssieg in München.) Dadurch schneidet Hannover bei uns schlechter ab.

Bundesligasaison 2007/2008

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|------|
| 1 | Bayern München | 76 | | 1 | Bayern München | 77,4 |
| 2 | Werder Bremen | 66 | | 2 | Werder Bremen | 65,8 |
| 3 | Schalke 04 | 64 | | 3 | Schalke 04 | 61,3 |
| 4 | Hamburger SV | 54 | | 4 | VfL Wolfsburg | 54,0 |
| 5 | VfL Wolfsburg | 54 | | 5 | VfB Stuttgart | 53,2 |
| 6 | VfB Stuttgart | 52 | | 6 | Hamburger SV | 53,0 |
| 7 | Bayer Leverkusen | 51 | | 7 | Bayer Leverkusen | 49,3 |
| 8 | Hannover 96 | 49 | | 8 | Hannover 96 | 46,8 |
| 9 | Eintracht Frankfurt | 46 | | 9 | Eintracht Frankfurt | 46,5 |
| 10 | Hertha BSC | 44 | | 10 | Hertha BSC | 44,1 |
| 11 | Karlsruher SC | 43 | | 11 | Karlsruher SC | 43,5 |
| 12 | VfL Bochum | 41 | | 12 | VfL Bochum | 43,3 |
| 13 | Borussia Dortmund | 40 | | 13 | Borussia Dortmund | 40,4 |
| 14 | Energie Cottbus | 36 | | 14 | Energie Cottbus | 37,8 |
| 15 | Arminia Bielefeld | 34 | | 15 | Arminia Bielefeld | 34,4 |
| 16 | 1.FC Nürnberg | 31 | | 16 | 1.FC Nürnberg | 30,4 |
| 17 | Hansa Rostock | 30 | | 17 | MSV Duisburg | 29,5 |
| 18 | MSV Duisburg | 29 | | 18 | Hansa Rostock | 29,3 |

Kommentar: Wenig spannende Saison, wenig Unterschiede in den Tabellen. Der Hamburger SV fällt zwei Plätze zurück und verpasst nach unserer Rechnung den UEFA-Cup. Plausibel, denn der HSV hat nur einmal — zu Hause gegen Stuttgart — gegen eine der Top-6-Mannschaften gesiegt, während Wolfsburg drei Siege gegen Top-6-Mannschaften verbuchen kann und Stuttgart gar vier.

Rostock und Duisburg tauschen die Plätze, da Rostock brav gegen alle guten Mannschaften verlor, bis auf den Heimsieg gegen die Stuttgarter, während Duisburg immerhin Auswärtssiege gegen Bremen und Hamburg verbuchen kann. Dieses Quäntchen bringt Duisburg etwas nach vorn. Dennoch steigen beide Mannschaften auch nach unserer Tabelle ab.

Bundesligasaison 2008/2009

| | | | | | | |
|----|---------------------|----|--|----|---------------------|--------|
| 1 | VfL Wolfsburg | 69 | | 1 | VfL Wolfsburg | 71, 5 |
| 2 | FC Bayern München | 67 | | 2 | FC Bayern München | 66, 6 |
| 3 | VfB Stuttgart | 64 | | 3 | VfB Stuttgart | 63, 24 |
| 4 | Hertha BSC Berlin | 63 | | 4 | Hertha BSC Berlin | 63, 17 |
| 5 | Hamburger SV | 61 | | 5 | Hamburger SV | 59, 9 |
| 6 | Borussia Dortmund | 59 | | 6 | Borussia Dortmund | 57, 6 |
| 7 | 1899 Hoffenheim | 55 | | 7 | 1899 Hoffenheim | 53, 0 |
| 8 | FC Schalke 04 | 50 | | 8 | SV Werder Bremen | 49, 66 |
| 9 | Bayer Leverkusen | 49 | | 9 | Bayer Leverkusen | 49, 65 |
| 10 | SV Werder Bremen | 45 | | 10 | FC Schalke 04 | 47, 6 |
| 11 | Hannover 96 | 40 | | 11 | Hannover 96 | 41, 6 |
| 12 | 1. FC Köln | 39 | | 12 | 1. FC Köln | 39, 0 |
| 13 | Eintracht Frankfurt | 33 | | 13 | Karlsruher SC | 32, 9 |
| 14 | VfL Bochum | 32 | | 14 | FC Energie Cottbus | 31, 3 |
| 15 | Borussia M'gladbach | 31 | | 15 | Borussia M'gladbach | 30, 6 |
| 16 | FC Energie Cottbus | 30 | | 16 | VfL Bochum | 29, 9 |
| 17 | Karlsruher SC | 29 | | 17 | Arminia Bielefeld | 28, 9 |
| 18 | Arminia Bielefeld | 28 | | 18 | Eintracht Frankfurt | 27, 9 |

Kommentar: Spannende Saison, aber wieder wenige Unterschiede an der Tabellenspitze. Diesmal sind das erste Drittel der Tabellen, das zweite Drittel und das dritte Drittel punktemäßig klar voneinander abgesetzt. Nach unserer Rechnung hätte Wolfsburg noch klarer die Meisterschaft gewonnen. Plausibel, denn Bayern hat gegen die Mannschaften im Tabellenkeller fast alle Spiele gewonnen (die so erlangten Punkte zählen nach unserer Rechnung weniger), während Wolfsburg auswärts gegen diese Mannschaften ein paar Mal patzte.

Der größte Unterschied zeigt sich bei den Absteigern: Nach unsere Rechnung wären weder Cottbus noch Karlsruhe abgestiegen, statt dessen hätte Bochum in die Relegationsspiele müssen und Frankfurt wäre als Letzter direkt abgestiegen. Das ist schlüssig, denn Frankfurt hat nur 4 seiner 33 Punkte gegen Mannschaften auf den ersten 10 Plätzen geholt. Bei anderen ist die Bilanz ausgeglichener. Und Cottbus und Karlsruhe haben sogar jeweils zu Hause gegen Wolfsburg gewinnen können, Karlsruhe zu Hause überdies gegen Hertha und den HSV, Cottbus auswärts gegen Hertha.

Bundesligasaison 2009/2010

| | | | | | |
|----|--------------------------|----|--|----|--------------------------------|
| 1 | FC Bayern München | 70 | | 1 | 70, 5 |
| 2 | FC Schalke 04 | 65 | | 2 | 66, 1 |
| 3 | Werder Bremen | 61 | | 3 | Bayer 04 Leverkusen 59, 9 |
| 4 | Bayer 04 Leverkusen | 59 | | 4 | Werder Bremen 58, 6 |
| 5 | Borussia Dortmund | 57 | | 5 | VfB Stuttgart 55, 2 |
| 6 | VfB Stuttgart | 55 | | 6 | Borussia Dortmund 54, 3 |
| 7 | Hamburger SV | 52 | | 7 | Hamburger SV 53, 9 |
| 8 | VfL Wolfsburg | 50 | | 8 | VfL Wolfsburg 51, 1 |
| 9 | FSV Mainz 05 | 47 | | 9 | Eintracht Frankfurt 47, 4 |
| 10 | Eintracht Frankfurt | 46 | | 10 | FSV Mainz 05 46, 8 |
| 11 | TSG Hoffenheim | 42 | | 11 | Borussia Mönchengladbach 41, 9 |
| 12 | Borussia Mönchengladbach | 39 | | 12 | TSG Hoffenheim 38, 3 |
| 13 | 1. FC Köln | 38 | | 13 | 1. FC Köln 37, 8 |
| 14 | SC Freiburg | 35 | | 14 | SC Freiburg 34, 7 |
| 15 | Hannover 96 | 33 | | 15 | Hannover 96 34, 3 |
| 16 | 1. FC Nürnberg | 31 | | 16 | 1. FC Nürnberg 30, 8 |
| 17 | VfL Bochum | 28 | | 17 | VfL Bochum 26, 4 |
| 18 | Hertha BSC Berlin | 24 | | 18 | Hertha BSC Berlin 24, 1 |

Kommentar: Keine Mannschaft wäre nach unserer Rechnung um mehr als einen Tabellenplatz höher oder niedriger gerutscht. Bayer Leverkusen hätte statt Werder Bremen in der Champions League gespielt (falls es sich, wie Bremen, im Qualifikationsspiel gegen Sampdoria Genua durchgesetzt hätte). Das passt: Bayer hat gegen schwache Teams öfter mal unentschieden gespielt, während Bremen gegen schwache Gegner ziemlich konsequent gewonnen hat. Das bringt nach unserer Rechnung Bremen weniger Punkte.

Stuttgart hätte statt Dortmund in der Euroleague gespielt. Knapp, aber plausibel, denn Stuttgart hat zu Hause gegen München unentschieden gespielt und in München sogar gewonnen. Dortmund hat (diesmal noch!) brav zweimal gegen München verloren.

Die größte Veränderung nach Punkten zeigt sich bei Hoffenheim: Statt 42 Punkten hätte Hoffenheim von uns nur 38,3 Punkte bekommen. Wieder ist die Erklärung, dass Hoffenheim gegen schwache Gegner viel Siege einfahren konnte. Diese Punkte zählen nach unserer Rechnung weniger.

Bundesligasaison 2010/2011

| | | | | | |
|----|--------------------------|----|--|-----------------------------|------|
| 1 | Borussia Dortmund | 75 | | 1 Borussia Dortmund | 77,4 |
| 2 | Bayer 04 Leverkusen | 68 | | 2 Bayer 04 Leverkusen | 66,7 |
| 3 | FC Bayern München | 65 | | 3 FC Bayern München | 63,6 |
| 4 | Hannover 96 | 60 | | 4 Hannover 96 | 59,6 |
| 5 | 1.FSV Mainz 05 | 58 | | 5 1.FSV Mainz 05 | 56,9 |
| 6 | 1.FC Nürnberg | 47 | | 6 1.FC Nürnberg | 46,8 |
| 7 | 1.FC Kaiserslautern | 46 | | 7 1.FC Köln | 45,7 |
| 8 | Hamburger SV | 45 | | 8 1.FC Kaiserslautern | 44,3 |
| 9 | SC Freiburg | 44 | | 9 Hamburger SV | 44,2 |
| 10 | 1.FC Köln | 44 | | 10 TSG 1899 Hoffenheim | 43,5 |
| 11 | TSG 1899 Hoffenheim | 43 | | 11 SC Freiburg | 43,1 |
| 12 | VfB Stuttgart | 42 | | 12 SV Werder Bremen | 41,9 |
| 13 | SV Werder Bremen | 41 | | 13 VfB Stuttgart | 40,3 |
| 14 | FC Schalke 04 | 40 | | 14 Borussia Mönchengladbach | 40,0 |
| 15 | VfL Wolfsburg | 38 | | 15 FC Schalke 04 | 39,8 |
| 16 | Borussia Mönchengladbach | 36 | | 16 VfL Wolfsburg | 38,1 |
| 17 | Eintracht Frankfurt | 34 | | 17 Eintracht Frankfurt | 34,1 |
| 18 | FC St.Pauli | 29 | | 18 FC St.Pauli | 29,1 |

Kommentar: Die ersten sechs Platzierungen stimmen in beiden Tabellen genau überein. Die größten Sprünge nach vorn machen die Lokalrivalen Köln (drei Plätze) und Gladbach (zwei Plätze). Wolfsburg hätte statt Gladbach in die Relegation gemusst. Gladbach kann einen Heimsieg gegen den Meister Dortmund vorweisen (eine der nur vier Auswärtsniederlagen Dortmunds in dieser Saison) sowie Auswärtssiege in Leverkusen und in Hannover. Dagegen konnte Wolfsburg aus den Spielen gegen die vier bestplatzierten Mannschaften nur magere vier Punkte holen.

Auch Köln hat mit Heimsiegen gegen Hannover, Bayern und den Erzrivalen Leverkusen sowie einem Auswärtssieg in Hannover viele Punkte gegen Spitzentrans holen können, die nach unserer Rechnung mehr zählen als Punkte gegen schwache Gegner.

Bundesligasaison 2011/2012

| | | | | | |
|----|--------------------------|----|--|----|------|
| 1 | Borussia Dortmund | 81 | | 1 | 84,3 |
| 2 | FC Bayern München | 73 | | 2 | 70,1 |
| 3 | FC Schalke 04 | 64 | | 3 | 61,8 |
| 4 | Borussia Mönchengladbach | 60 | | 4 | 59,8 |
| 5 | Bayer 04 Leverkusen | 54 | | 5 | 53,7 |
| 6 | VfB Stuttgart | 53 | | 6 | 52,7 |
| 7 | Hannover 96 | 48 | | 7 | 51,1 |
| 8 | VfL Wolfsburg | 44 | | 8 | 44,2 |
| 9 | SV Werder Bremen | 42 | | 9 | 41,9 |
| 10 | 1.FC Nürnberg | 42 | | 10 | 41,4 |
| 11 | TSG 1899 Hoffenheim | 41 | | 11 | 40,5 |
| 12 | SC Freiburg | 40 | | 12 | 40,0 |
| 13 | FSV Mainz 05 | 39 | | 13 | 39,0 |
| 14 | FC Augsburg | 38 | | 14 | 37,8 |
| 15 | Hamburger SV | 36 | | 15 | 35,2 |
| 16 | Hertha BSC | 31 | | 16 | 33,9 |
| 17 | 1.FC Köln | 30 | | 17 | 28,6 |
| 18 | 1.FC Kaiserslautern | 23 | | 18 | 23,9 |

Kommentar: Meister und Absteiger stimmen in beiden Tabellen überein. Die größte Veränderung nach Punkten zeigt sich bei Schalke, das nach unserer Rechnung 4,2 Punkte weniger hat als in der realen Tabelle. Klar, denn Schalke hat gegen Dortmund und Bayern keinen einzigen Punkt erzielt und dafür konsequenter gegen die Mannschaften im Tabellenkeller gewonnen. Gladbach hat gegen letztere bisweilen gepatzt, aber gegen Bayern alle sechs Punkte mitgenommen, sowie einen von Dortmund. Diese Punkte zählen nach unsere Rechnung mehr. Daher wäre Gladbach statt Schalke in die Qualifikation zur Champions League gekommen — was ja nach aktuellem Stand (14.11.2012) schade wäre: Schalke ist in der Gruppe B der Champions League 2012/2013 nach vier Spielen auf dem ersten Platz, vor Arsenal London.

Die größte Veränderung nach Plätzen zeigt sich bei Mainz, Hoffenheim (jeweils drei Plätze besser in unserer Tabelle als in der realen), Bremen und Nürnberg (jeweils drei Plätze schlechter).