Dr. D. Frettlöh 1.6.2010

Übungen zur Vorlesung Elementare Algebra und Geometrie

Blatt 8

Aufgabe 29:

Berechnen Sie, ob $x^3 + x + 1$ ein Teiler von $x^7 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 1$ ist.

Aufgabe 30:

Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) Die Menge aller Polynome $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ mit $a_k = 0$ für k gerade ist ein Unterring von $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$.
- (b) Die Menge aller Polynome $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ mit $a_k = 0$ für k ungerade ist ein Unterring von $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$.

Aufgabe 31:

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von $x^2 - 1$ und $x^3 - 1$. (Tipp: Euklidischer Algorithmus; oder geometrische Reihe, und etwas geschickt argumentieren.)

Aufgabe 32:

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler g von $a = x^5 + 1$ und $b = -x^3 + 2x + 1$, und stellen Sie g dar als $c \cdot a + d \cdot b$ mit $c, d \in \mathbb{Z}[x]$.

Abgabetermin: Dienstag, 8.6.2010, 12 Uhr in den Postkästen in Raum V3-128.