

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften II  
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

**Blatt 9**

**Aufgabe 34:**

Seien  $X_1, \dots, X_n$  i.i.d. (unabhängig und identisch verteilt). Zeigen Sie: Für den Mittelwert  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  gilt:  $V(\bar{X}) = \frac{1}{n} V(X_i)$ .

*Tipp: Benutzen Sie die Rechenregeln für Erwartungswert und Varianz, insbesondere  $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$  und  $V(cX) = c^2 V(X)$ .*

**Aufgabe 35:**

Berechnen Sie den Mittelwert und die empirische Varianz für die Tabelle aus Aufg. 11 ( $n$  ist die Summe der  $n_k$ ):

|       |     |     |    |    |   |   |          |
|-------|-----|-----|----|----|---|---|----------|
| $k$   | 0   | 1   | 2  | 3  | 4 | 5 | $\geq 6$ |
| $n_k$ | 229 | 211 | 93 | 35 | 7 | 1 | 0        |

Nehmen wir an, die zu Grunde liegende Verteilung ist eine Binomialverteilung  $\mathcal{B}(m, p)$ , wobei  $m = 535$  die Zahl der Raketen ist. Welche Schätzung für  $p$  liefert der Mittelwert?

**Aufgabe 36:**

In einer Zeitung findet sich folgende Notiz:

The Gotham Public Health Department found an unexpected boom in boy births during May. There were 63 boys and 32 girls born during the month.

Ist das wirklich eine Sensation? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 95 Neugeborenen 63 oder mehr Jungen sind, wenn die W. einer Jungengeburt  $p = 0.5$  ist. Berechnen Sie außerdem eine Schätzung für die Einwohnerzahl von Gotham, wenn bekannt ist, dass die Geburtenrate 16 Geburten pro Jahr pro 1000 Einwohner beträgt.

**Aufgabe 37:**

Um die Zahl der Fische in einem See zu schätzen, ging ein Forscherteam so vor: Sie fingen zunächst 237 Fische aus dem See, markierten diese und ließen sie wieder im See frei. Nach einiger Zeit kamen sie wieder, fingen 354 Fische und zählten diejenigen davon, die markiert waren. Welcher Verteilung folgt die Zahl der markierten Fische in der zweiten Stichprobe?

Es trugen genau 16 der Fische in der zweiten Stichprobe eine Markierung. Berechnen Sie eine gute Schätzung für die Zahl der Fische im See.