

Übungen zur Vorlesung Mathematische Methoden der Biowissenschaften II
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Blatt 11

Aufgabe 42:

Eine neue Sorte von Reagenzgläsern soll bezüglich ihrer Schmelztemperatur mit einer gebräuchlichen Sorte verglichen werden, deren mittlere Schmelztemperatur 745°C beträgt. Folgende Temperaturwerte wurden für die neue Sorte ermittelt (in $^{\circ}\text{C}$):

675, 720, 621, 653, 750, 631, 742, 828, 715, 611, 790, 671, 820, 730, 650, 785.

Es wird angenommen, dass die Messwerte x_1, \dots, x_{16} eine Realisierung von unabhängigen identisch $\mathcal{N}(\mu, 4900)$ -verteilten Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{16} sind. Durch Anwendung eines geeigneten Tests zum Niveau 0.05 überprüfen Sie

- a) die Hypothese $H_0 : \mu = 745$ gegen $H_A : \mu \neq 745$.
- b) die Hypothese $H_0 : \mu \geq 745$ gegen $H_A : \mu < 745$.

Aufgabe 43:

In einem Betrieb werden zylinderförmige Aluminiumbolzen hergestellt, deren Durchmesser (in mm) durch unabhängige identisch $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariablen mit $\sigma^2 = 1.21\text{mm}^2$ beschrieben werden können. Aufgrund einer Stichprobe von 16 Bolzen soll die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 20$ gegen $H_A : \mu < 20$ auf dem Niveau 10% getestet werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine Ablehnung der Nullhypothese, wenn tatsächlich gilt

- a) $\mu = 19.6\text{mm}$,
- b) $\mu = 20.1\text{mm}$.

Aufgabe 44:

Dem Hersteller eines Spülmittels wird von der Verbraucherzentrale vorgeworfen, 3-kg-Packungen in den Handel zu bringen, deren Inhalt deutlich unter dem Nenngewicht liegt. Die Verbraucherzentrale kauft 21 Packungen und stellt jeweils deren Nettogewicht fest. Dabei ergibt sich ein Stichprobenmittel von $\bar{x} = 2.82 \text{ kg}$ und eine empirische Varianz von $s^2 = 0.04 \text{ kg}^2$.

- a) Welches konkrete Schätzintervall zum Niveau 0.9 für den unbekanntem Erwartungswert μ des Nettogewichts pro Packung ergibt sich, wenn die Nettogewichte durch unabhängige identisch $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariablen beschrieben werden können?
- b) Der Hersteller begründet das Untersuchungsergebnis mit dem Hinweis auf einen Defekt an der Verpackungsmaschine. Die Maschine sei inzwischen neu eingestellt. Zur Überprüfung dieser Aussage wird ein neuer Test durchgeführt. Die Hypothese $H_0 : \mu \geq 3$ wird gegen die Alternativhypothese $H_A : \mu < 3$ auf dem Niveau von 1% und bei einer Stichprobe von $n = 25$ Packungen getestet. Die Messergebnisse liefern ein Stichprobenmittel von $\bar{x} = 2.96 \text{ kg}$ und eine empirische Varianz $s^2 = 0.01 \text{ kg}^2$. Wie lautet das Testergebnis?

Aufgabe 45:

Die folgenden Messwerte seien eine Realisierung von unabhängigen identisch $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen:

0.84, 0.01, 0.35, -0.76, -0.11, -0.17, 0.16, 0.63, -0.09, 0.22, 0.35

- a) Man gebe einen geeigneten Test an, mit dem die Hypothese $\mu = \mu_0$ zum Niveau 0.02 überprüft werden kann.
- b) Welche Antwort ergibt sich in a) für $\mu_0 = 0$?
- c) Man gebe alle Werte von μ_0 an, für die der in a) beschriebene Test nicht zur Ablehnung der Hypothese führt.

Abgabetermin: Freitag, 10.7.2009, in der Vorlesung