Universität Bielefeld
C. Huck

Sommersemester 2016

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 3

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass die euklidische Norm $\|\cdot\|_2\colon \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$(x_1, \ldots, x_d)^T \mapsto \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_d^2}\,,$$

stetig ist.

Aufgabe 2
Zeigen Sie, dass jede lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig ist.

Hinweis. Verwenden Sie die darstelllende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basen des $\mathbb{R}^n$ bzw. $\mathbb{R}^m$.

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass jede Lipschitz-stetige Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 4
Entscheiden Sie für jede der folgenden Mengen reeller Zahlen, ob sie abgeschlossen, offen bzw. beschränkt ist.

(a) $[0,1]$.

(b) $(0,1)$.

(c) $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

(d) $\mathbb{R}$.

(e) $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}$.

Aufgabe 5
Zeigen Sie, dass eine Teilmenge U des $\mathbb{R}^d$ tatsächlich genau dann offen ist, wenn das Komplement $\mathbb{R}^d \setminus U$ abgeschlossen ist.