

Präsenzübungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 9

Aufgabe 1

Für welche $a \in K$ ist $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & -1 \\ a & -1 & 1 \end{pmatrix} \in M(n \times n, K)$ invertierbar?

Hinweis. Verwenden Sie die Determinante.

Aufgabe 2

Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -6 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Wie lauten die Eigenräume (Basen bestimmen!) und was sind die geometrischen und algebraischen Vielfachheiten der Eigenwerte? Ist A diagonalisierbar?

Aufgabe 3

Lösen Sie nochmal das AWP von Aufgabe 1 auf Präsenzübungsblatt 6, indem Sie die dort auftretende reelle 2×2 -Matrix A zuerst diagonalisieren und dann die Bemerkungen aus dem Abschnitt über die Exponentialfunktion für diagonalisierbare Matrizen anwenden, um einen geschlossenen Ausdruck für die Matrixfunktion e^{tA} zu erhalten (vgl. auch die Bemerkungen aus der Vorlesung).