Universität Bielefeld **Sommersemester 2016**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 11

Aufgabe 1
Berechnen Sie die Längen der folgenden Kurven.

(a) $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = (t, g(t))^T$ und $g(t) = t^{3/2}$.

(b) $f\colon [a,\infty) \to \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = e^t(\cos t, \sin t)^T$ für $a \in \mathbb{R}$.

(c) $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}^3$ mit $f(t) = (\cos(2t), \sin(2t), 2\cosh(t))^T$.

Aufgabe 2

(a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung der Funktion $f\colon (\mathbb{R}_+^*)^2 \to \mathbb{R}$ mit $(x,y) \mapsto \log(xy)$.

(b) Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $(x,y)^T \mapsto y^3 + ayx^2$. Bestimmen Sie die Konstante a so, dass gilt $f_{xx} + f_{yy} = 0$.

(c) Zeigen Sie, dass für

$$f\colon \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)^T\} \to \mathbb{R}, \quad (x,y,z)^T \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

gilt: $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} = 0$.

Aufgabe 3
Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen der folgenden Funktionen

(a) $f\colon \mathbb{R}_+^3 \to \mathbb{R}^2$ mit $(x,y,z)^T \mapsto (1+\ln(x), x\sqrt{y} + \sqrt{z})^T$

(b) $f\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^3$ mit $(x,y)^T \mapsto (xy, \cosh(xy), \exp(ax/y))^T$ für eine Konstante $a \in \mathbb{R}$.