Universität Bielefeld **Sommersemester 2016**
C. Huck

Präsenzübungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 12

Aufgabe 1
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f((x, y)^T) = x^4 + 4xy + 2y^2$

(a) Bestimmen Sie die kritischen Punkte von f, d. h., die Punkte, für die $f'((x, y)^T) = 0$ gilt.

(b) Untersuchen Sie, ob diese Punkte isolierte lokale Minima oder Maxima sind.

Aufgabe 2
Bestimmen Sie die lokalen Extrema der folgenden Funktionen.

(a) $f((x, y)^T) = e^{-x^2-y^2}$.

(b) $f((x, y)^T) = x^2 + 2x + y^2 - 6y + 13$.

Aufgabe 3
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, f((x, y)^T) = e^x \begin{pmatrix} \cos(y) \\ \sin(y) \end{pmatrix}$

(a) Für welche $(x, y)^T$ ist die Jacobimatrix $f'((x, y)^T)$ invertierbar? Bestimmen Sie auch die Ableitung der lokalen Umkehrfunktion in diesen Punkten.

(b) Ist f bijektiv? Wenn ja, geben Sie die Umkehrfunktion an. Wenn nein, finden Sie eine offene Menge $U \subset \mathbb{R}^2$, sodass die Einschränkung von f auf U, also $f|_U : U \to f(U), (x, y)^T \to f((x, y)^T)$ bijektiv ist.