Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 6

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGLen, d.h. die Lösungen durch einen beliebigen Punkt (x_0, y_0) des Definitionsbereichs.

(a)
$$y' = \frac{1}{y}\sqrt{1 - y^2}$$
.

(b)
$$y' = (1 + x^2)(1 + y^2)$$
.

(2+2 Punkte)

Aufgabe 2

Sei $\lambda \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $A^n = \begin{pmatrix} \lambda^n & n\lambda^{n-1} \\ 0 & \lambda^n \end{pmatrix}$ und bestimmen Sie $\exp(A)$.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems $y' = A \cdot y$.

Hinweis. Teil (b): Was ist $\exp(tA)$?

(2+4 Punkte)

Aufgabe 3

Lösen Sie die folgenden AWPs.

(a)
$$y'' - 5y' + 6y = 0$$
, $y(0) = y'(0) = 1$.

(b)
$$y'' + 2y' + 17y = 0$$
, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

(c)
$$y'' + 2y' + y = 0$$
, $y(0) = y'(0) = 1$.

(2+2+2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 27.05.2014, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128