

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaften II

Blatt 8

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Determinanten

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 3 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

indem Sie die Matrizen auf obere Dreiecksform bringen.

(2+2 Punkte)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass jede Transposition $\tau \in S_n$ das Signum -1 hat.

Hinweis. Zählen Sie die Fehlstände einer typischen Transposition

$$\tau = (k\ell) = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & k-1 & k & k+1 & \cdots & \ell-1 & \ell & \ell+1 & \cdots & n \\ 1 & \cdots & k-1 & \ell & k+1 & \cdots & \ell-1 & k & \ell+1 & \cdots & n \end{pmatrix},$$

wobei $k < \ell$.

(4 Punkte)

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die durch die Leibnizformel

$$\det(A) = \sum_{\pi \in S_n} \text{sign}(\pi) \prod_{i=1}^n a_{i\pi(i)}$$

gegebene Funktion $\det: M(n \times n, K) \rightarrow K$ tatsächlich multilinear in den Zeilen und normiert ist, also die Eigenschaften D1 und D3 erfüllt.

(4+4 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 10.06.2016, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im
Kopierraum V3-128