**Universität Bielefeld**
**C. Huck**

**Sommersemester 2016**

### Übungen zur Vorlesung

# Mathematik für Naturwissenschaften II

### Blatt 10

**Aufgabe 1**
Berechnen Sie die reellen Eigenwerte und Eigenvektoren der rellen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von $0 \leq \varphi < 2\pi$ und diagonalisieren Sie $A$, falls dies möglich ist. Geben Sie auch eine geometrische Interpretation des zugehörigen Endomorphismus des $\mathbb{R}^2$ an.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 2**
Es seien $\omega, \mu \in \mathbb{R}_+$ Konstanten mit $\mu > \omega$. Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des linearen Differentialgleichungssystems $y' = Ay$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\mu \end{pmatrix},$$

indem Sie die Matrix $A$ über den reellen Zahlen diagonalisieren.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 3**
Trigonalisieren Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**(6 Punkte)**

**Aufgabe 4**
Zeigen Sie, dass ein Jordanblock

$$J_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & & & \\ & \lambda & 1 & 0 & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & \lambda & 1 \\ & & & & \lambda \end{pmatrix} \in M(n \times n, K)$$

zum Eigenwert $\lambda \in K$ für $n \geq 2$ nicht diagonalisierbar ist.

**(2 Punkte)**

**Abgabe bis Freitag, 24.06.2016, 12.00 Uhr, in den Postfächern der Tutoren im Kopierraum V3-128**